昭和38年7月2日第3種郵便物認可
2003年2月1日発行　第41巻2号　毎月1回1日発行
ISSN 0386—2240

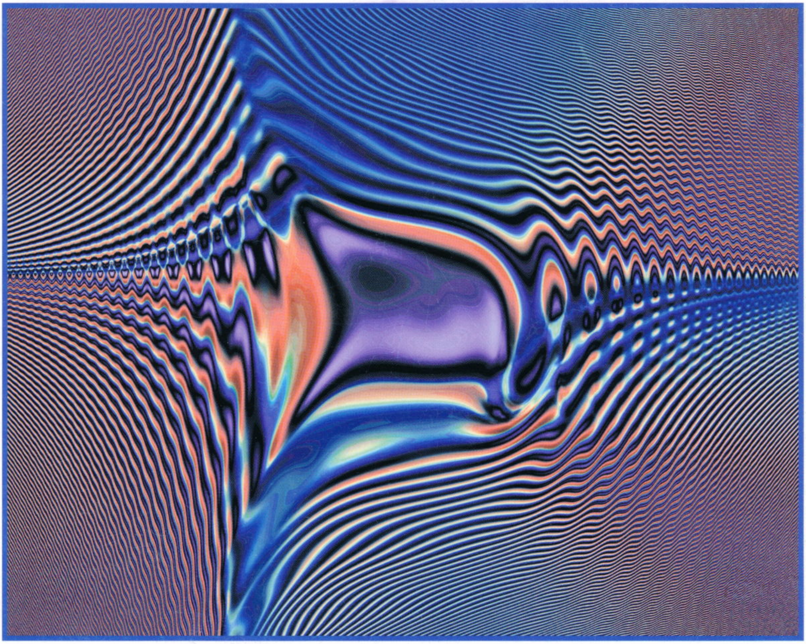
数理科学

2
2003

特集

素粒子的宇宙論の新展開

ミクロとマクロの新パラダイムへ



No.476

サイエンス社

MATHEMATICAL SCIENCES
Number 476 February 2003

素粒子的宇宙論の新展開

ミクロとマクロの新パラダイムへ

表紙：戸川 隼人

お得な定期購読をおすすめします

毎号確実に御手元へ

地域によって書店店頭に陳列されない場合があります．**郵送料小社負担**にて確実に御手元へ届く定期予約購読をおすすめします．

予約購読は 1 年間（本誌のみ）11,000 円，1 年間（本誌＋別冊 2 冊）14,500 円，半年間（本誌のみ）5,500 円，半年間（本誌＋別冊 1 冊）7,250 円です．（税込み価格）

造本コストは更に上昇気味です．小社としてもあらゆる努力をもって廉価で提供してゆきたいと思っておりますが，定価改定の止むなき事態がかんがえられます．この場合予約購読期間中のものにつきましては料金据置きとなります．なお，臨時別冊のご注文については，本誌予約購読者の方には，商品到着後のお支払いにて承ります．

お申し込みは本誌とじ込みの振替用紙を御利用下さい．

数理科学特集一覧

63 年/7～2000 年/8 省略
2000 年/9　暗号の数理
/10 脳と心の量子論
別冊　数論の歩み
/11 数理物理における代数解析的方法
/12 20世紀科学革命の基礎
2001 年/1　時間とは何か
/2　微分幾何の新世紀
/3　物質とは何か
/4　場の量子論の新たな方向
別冊　量子力学の発展
/5　電磁気学と現代物理学
/6　量子情報と量子コンピュータ
/7　スピンはさらにめぐる
/8　ゲノムサイエンスの新地平
/9　点，粒子，場
/10 ヒッグスの謎
別冊　生命情報科学の拡がり
/11 空間概念と物理学
/12 数学による物理の表現
2002 年/1　〈システム〉という見方
/2　ナノスケールの物理世界へ
/3　物理定数のプロフィール
/4　M 理論とは何か
別冊　現代物理と現代幾何
/5　物理学とポテンシャル
/6　DNA：紐の物理
/7　波動関数のミステリー
/8　熱力学の多彩な展開
/9　真空：その真実と物理像に迫る
/10 エコノフィジックス最前線
別冊　脳情報数理科学の発展
/11 エキゾチックな量子の世界
/12 数理工学の地平
2003 年/1　保存則とは何か
/2　素粒子的宇宙論の新展開
/3　量子力学とカオス
/4　〈波〉の魅力と数理
別冊　量子情報科学とその発展

数理科学臨時別冊一覧

01 年/9　計算物理入門
01 年/11 エコノミックゲームセオリー
01 年/12 演習　場の量子論
02 年/2　複雑系脳理論
02 年/5　探索のアルゴリズムと技法
02 年/6　はじめての逆問題
02 年/7　化学物理入門
02 年/8　有限要素法による構造解析事例集
02 年/9　基礎からの力学系
02 年/11 独立成分分析
02 年/12 時系列解析入門
03 年/1　物理数学ノート
03 年/2　数学の未解決問題
03 年/3　量子論の基礎
03 年/5　微分幾何講義

「数理科学」のバックナンバーは下記の書店・生協の自然科学書売場で特別販売しております

紀伊國屋書店本店（新宿）
紀伊國屋書店新宿南店
弘栄堂書店（吉祥寺）
くまざわ書店本店（八王子）
くまざわ書店桜ヶ丘店（多摩）
書泉グランデ（神田）
書泉ブックタワー（秋葉原）
三省堂本店（神田）
大盛堂（渋谷）
芳林堂（池袋）
リブロ池袋店（池袋）
ジュンク堂書店（池袋）
芳林堂（高田馬場）
八重洲ブックセンター（東京駅前）
旭屋池袋店
栄松堂ジョイナス店（横浜）
有隣堂イセザキ町店（横浜）
有隣堂西口・東口（横浜）
有隣堂厚木店（厚木）
文教堂ブックセンター（川崎）
旭屋船橋店
友朋堂（つくば）
三省堂名古屋店
ジュンク堂大阪本店
紀伊國屋書店梅田店（大阪）
旭屋本店（大阪）
アバンティブックセンター（京都）
ジュンク堂書店（京都）
ジュンク堂書店（神戸）
ジュンク堂サンパル店（神戸）
ジュンク堂書店（姫路）
ジュンク堂書店（大分）
宮脇書店岡山本店
喜久屋書店倉敷店
紀伊國屋書店松山店
紀伊國屋書店福岡店
紀伊國屋書店福岡本店
紀伊國屋書店新潟店
旭屋札幌店
金港堂（仙台）
金港堂パーク店（仙台）
ジュンク堂書店（仙台）
鹿島ブックセンター（いわき）

――大学生協・売店――

東京大学 本郷・駒場
東京工業大学 大岡山・長津田
東京理科大学 新宿・野田
早稲田大学 理工学部
慶応義塾大学 矢上台
電気通信大学・福井大学
筑波大学 大学会館書籍部 第一学群書籍部
埼玉大学・千葉大学
名古屋大学 北部厚生会館
名古屋工業大学・愛知教育大学
大阪大学・神戸大学 ランス
京都大学・九州工業大学
東北大学 理薬・工学
室蘭工業大学
徳島大学 常三島
愛媛大学 城北
山形大学 小白川
島根大学
学習院大学 成文堂

February 2003 MATHEMATICAL SCIENCES Number 476

宇宙論の新展開

佐藤 勝彦

宇宙背景放射をはじめとする宇宙論的観測の急激な進展により，インフレーション理論を含むビッグバン理論は観測からの支持によって標準理論となった．しかし同時に，現在の宇宙を満たしているダークエネルギーの発見など新たな謎も生じてきた．本特集の総論として，宇宙論研究の進展を歴史的に概観しつつ，21 世紀の宇宙像を探る．

1. はじめに

宇宙の空間的スケールが急激に広がり始めたのはハッブル（E.P. Hubble）による銀河の研究からであろう．1924 年，彼はアンドロメダ銀河が我々の住む天の川銀河の外にある，天の川銀河と同等な「銀河」であることを確認した．さらに 1929 年には遠方の銀河ほど我々から速い速度で遠ざかっているというハッブルの法則，つまり宇宙の膨張を発見した．これらにより我々の住んでいる宇宙は大きな極限では銀河が無数に広がった銀河宇宙であり，それが膨張を続けているということがわかったのである．ハッブルの発見は我々の住んでいる世界の描像を静的な永遠不変なものから，動的に進化するものへと革命的に変えてしまった．一方ロシアのフリードマン（A. Friedmann）は，1922 年，宇宙膨張の発見の 7 年前に，時空の物理法則，一般相対論の式を解くことによって，宇宙が実際膨張，収縮することを理論的に示した．物理学の法則，一般相対論によって宇宙膨張が予言され，それがハッブルによって証明されたことは，宇宙は論理だった単純な原理に従って運動しているという物理学的世界観を揺るぎのないものにした．1946 年，ガモフ（G. Gamov）はこの始まりに，当時最先端の科学であった「原子核物理学」を応用し，我々の宇宙は火の玉，ビッグバンとして始まったことを示したのである．ガモフは我々の宇宙を構成している元素の 70%以上がもっとも単純な元素，水素であり炭素や酸素より重い重元素が 1，2%であることを説明するには，宇宙は熱い火の玉として生まれなければならないことを示したのである．そして 1965 年，この火の玉の名残であるマイクロ波宇宙背景放射（3 K 放射）がペンジャス（A.A. Penzias）とウィルソン（R.W. Wilson）によって発見され，このビッグバン理論は揺るぎのないものとなったのである．ビッグバン理論は今日大筋において宇宙論的な観測ともよく一致し，科学的な宇宙論の標準となっている．

ビッグバン理論は，このように 3 K 放射の発見によって，標準理論となったが，しかし未解決な問題も残された．第一は次の節で議論するように“始まり”の問題である．宇宙膨張の解，フリードマンの解では宇宙は時空の特異点から始まる．特

異点とは，時空の曲がりを表す曲率などの量が無限大になり，因果の関係を表す曲線がここから出発したり，終わってしまう点である．この特異点がある自然な条件の下では避けることができないという「特異点定理」も S. ホーキング (S. Hawking) や R. ペンローズ (R. Penrose) によって証明されている．因果の曲線が出発する特異点から宇宙が始まることは，宇宙の出来事は特異点の彼方からの情報に依存することを意味する．物理学者としては，物理学の中で自己完結的に宇宙の創生から終焉まで記述できるという描像を持ちたい．このようなアカデミックな問題に加えて奇妙なことは，① 宇宙は因果の関係を超えて極めて一様であること，② 宇宙の曲率が極めてゼロに近いこと，つまり観測的に容易にゼロからのずれが測定できないほど平坦であるということ，そして③ 宇宙の大きな構造（銀河団，超銀河団など）の種は，因果の関係を超えて仕込まれたように見えることである．①は地平線問題と呼ばれている．地平線とは因果の関係を持つことのできる領域の大きさで，宇宙開闢の時刻にある地点を出発した光が到達できる距離である．宇宙開闢以来一度も因果関係を持つことのなかったところが，まったく同じ密度状態にあるということは奇妙である．②は平坦性問題と呼ばれている．宇宙膨張を記述する方程式，重力場の方程式は，時空の曲がりが少しでも正か，また負であるとその方向に急激に成長してしまう性質がある．現在の宇宙の曲率はゼロに近いが，曲率の値が観測的上限値内に収まるためには，宇宙創生の瞬間（仮にプランク時刻とする）には 120 桁の精度で初期密度を設定してやらなければならない．これは極めて不自然である．③の密度揺らぎの起源問題は，実際観測されている宇宙の大構造の種を初期宇宙で作ろうとしても，光速を超えるような速さで物質を運んでやらなければ凸凹を作れないという困難であり，アカデミックな問題を越えて具体的な困難である．

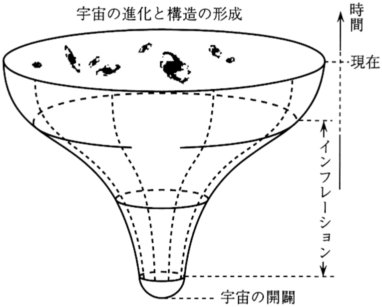


図 1　現在の宇宙創生のパラダイム．時間も空間もない "無" の状態から生まれた量子宇宙は直ちにインフレーションを起こしマクロな宇宙となった．現在の宇宙を満たす物質エネルギーはインフレーションによって作られたものである．インフレーションによって仕込まれた密度揺らぎは成長し今日の銀河や銀河団などの構造を形成する．

1980 年頃から，宇宙論の研究は爆発的な進歩を始めた．それは当時大きく進歩した力の統一理論に基づいて，また刺激されて始まった宇宙初期の理論的研究である．統一理論に基づいて提唱されたインフレーション理論は①から③の問題を原理的には解決できることを示し，また引き続いてインフレーションの進展によって始まった量子宇宙論は，特異点なしの宇宙創生のモデルを示すことができた．現在この理論的研究の成果として我々は次のようなパラダイムを持っている．**1**. 我々の宇宙は時間も空間も物質もない "無" の状態から量子論的効果によって創生された．あるいは，"果てのない条件" から虚時間として始まった．**2**. 生まれた宇宙はまもなくインフレーションと呼ばれる急激な加速度的膨張を始めた．この急激な膨張により宇宙の曲率はその初期値の如何にかかわらずゼロに収束し，平坦となる．そしてインフレーションの終わる頃に開放された真空のエネルギーは熱エネルギーに転化し，火の玉宇宙が始まった．**3**. インフレーション中に量子論的揺らぎとして仕込まれた密度の凸凹は，宇宙が膨張冷却する過程で次第に成長し，現在の銀河や銀河団などの大構造をはじめとする多様で豊かな宇宙が形成された．現在の宇宙論の研究は基本的にはこのパラダイム

の中で進められている（図 1）.

2. 観測的宇宙論の進展

1992 年，アメリカの宇宙背景放射観測衛星，COBE は宇宙開闢から 30 万年しか経っていないころの宇宙の姿を描き出した．わずか 10 万分の 1 というマイクロ波電波の強弱であるが，描き出された宇宙構造の種は，インフレーション理論の予言する揺らぎの予言と一致したのである．もっとも標準的なインフレーション理論は，揺らぎの波長ごとの振幅の大きさを表すパワースペクトラムが波数 k の 1 次の冪に比例することを予言している．COBE 衛星によって観測されたパワースペクトラムの冪は，観測誤差内で 1 であったのである．これによってインフレーション理論は観測から大きな支持を受けることになったのである．

COBE の成果は，実は 1980 年代中頃から，爆発的に進み始めた観測的宇宙論の一つの成果である．宇宙では遠方を観測するということは過去を見ること，つまり宇宙の初期に近づくことである．しかし，遠方であるということはそれだけ観測が困難であり，以前の観測は誤差も大きく観測的に宇宙の初期を探ることはできなかったのである．しかし，CCD に代表される光電技術の急激な進歩，人工衛星による観測などにより，電磁波の全波長にわたる観測が可能になり，また計算機技術の進歩による大量データ処理が可能となったことなどにより，いまや宇宙論の研究は観測的宇宙論の時代になったのである．宇宙論の根幹に関わる発見のまず第 1 は，1970 年代から 1980 年代にかけて確かとなった暗黒物質（ダークマター）の存在である．その正体は謎のままであるが，その量は宇宙を平坦にする物質密度，すなわち臨界密度の 30%程度，$\Omega_{DM} \approx 0.3$ である．ここで Ω_{DM} は暗黒物質の密度を臨界密度で割ったもので，暗黒物質の密度パラメータである．ちなみに，我々の体をはじめ星などを作っている通常の物質，バリオンの量は，宇宙初期の元素合成の理論や，銀河団ガスなどの観測から，せいぜい $\Omega_B \approx 0.01$–0.02 程度と考えられており，暗黒物質の量に比べると 1 桁以上少ない．

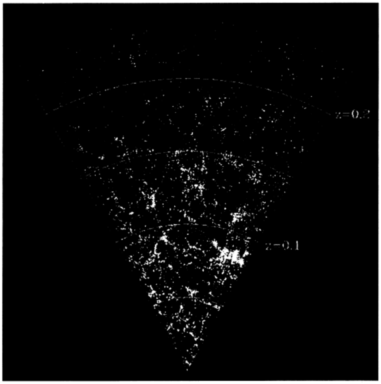


図 2 スローンデジタルスカイサーベイ（SDSS）の描き出した 25 億光年にわたる宇宙の地図．扇の要が我々の銀河系の位置．

第 2 の発見は，1980 年中頃の宇宙の大構造の発見である．銀河が群れを作り，銀河団や超銀河団を形成していることは，はるか前から知られていたが，それらが互いに繋がり，あたかも蜂の巣のセルのように連なっていることが，M. ゲラー（M. Geller）等のグループによって発見されたのである．しかも蜂の巣のセルの中は銀河の数が希薄な，空白領域，ボイドなのである．現在スローンデジタルスカイサーベイ（SDSS）による観測が順調に進んでいる．全天の約 1/4 の空を探査し従来より格段に暗い天体まで検出し，極めて遠方（25 億光年）まで宇宙の地図を作るプロジェクトである（http://skyserver.nao.ac.jp）．まだ目標の 1/4 程度の観測しか進んでいないが，M. ゲラーなどの地図と比べるとはるかに大きく精密な地図が描き出されている（図 2）．

宇宙論におけるもっとも重要なパラメータ，宇宙の膨張の速さを示すハッブル定数，H_0 の値も，この数年でほぼ 10%程度の誤差範囲で定まったのではないかと考えられるようになった（本特集，

土井氏の解説参照). ハッブル宇宙望遠鏡を長時間駆使し, ハッブル定数を誤差10%の精度で決めようとする, W. フリードマン (W. Freedman) 等のハッブルキープロジェクトの最終報告は $H_0 = 72 \pm 8\,\mathrm{km/s/Mpc}$ であることを示している.

最近のもっともインパクトの大きな宇宙論的観測は, 現在の宇宙には真空のエネルギーが満ちており, それに働く斥力によって宇宙はいま加速度的膨張をしているという発見である.

米国の科学雑誌, サイエンスは毎年, その年の科学の10大発見を発表しているが, 1988年度の大発見のトップは, 宇宙を加速度的に膨張させている"宇宙斥力の発見"であった. カリフォルニア大学, バークレイ校のパーミュッタ (Seul. Perlmutter) をリーダとする超新星宇宙論プロジェクトチームと, オーストラリア, マウントストローム天文台のシュミット (Braian P. Schmidt) をリーダとする高赤方偏移超新星探査チームが独立に真空のエネルギーの量は臨界密度の70%, つまり $\Omega_\Lambda \approx 0.7$ にもなることを示したのである. ここで Ω_Λ は真空のエネルギー密度を臨界密度で割ったもので, 真空のエネルギーの密度パラメータである.

真空のエネルギーが存在しているということは, アインシュタインの宇宙定数が存在していることと数学的に同等で, 関係式, $\Lambda = 8\pi G\rho_\nu/c^2$ で相互に書き直すことができる. ここで Λ は宇宙定数, ρ_ν は真空のエネルギー密度である. かつてアインシュタインは永遠不変な宇宙モデルを作るためにこの Λ を導入したものの, ハッブルによる宇宙膨張の発見によって, 1929年自らもはや不要であると捨て去った. もし観測が正しいならアインシュタインの宇宙定数は70年ぶりに復活したことになる (本特集, 千葉氏の解説参照). この"発見"は, 一時インフレーション理論の危機と言われていた困難を一挙に解決するものである. インフレーション理論は宇宙が平坦であることを予言する. 宇宙膨張の式から宇宙の曲率の符号, $k = +1, 0, -1$ は

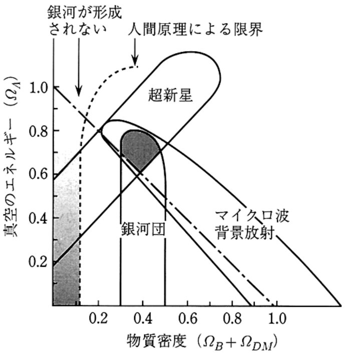


図3　宇宙論パラメータの観測からの制限.

$$\frac{k}{H_0^2} = \Omega - 1$$

によって決まる. ここで, Ω は宇宙の密度パラメータで, それぞれの密度パラメータの合計は

$$\Omega \equiv \Omega_B + \Omega_{DM} + \Omega_\Lambda$$

である.

1990年代初めの天文学的な観測は宇宙を平坦にするほど物質がこの宇宙に満ちておらず暗黒物質を, 宇宙の膨張の速さが速すぎるため, 空間の曲率は負になり ($k = -1$), 永遠に膨張を続けることを示唆していた. しかし, 超新星の観測から"発見"された真空のエネルギーを加えるとちょうどインフレーションの予言どおりの平坦な宇宙が実現できる. 宇宙論的な観測には系統的な誤差や統計的な誤差がつきまとう. 最新の観測の現状などの仔細は本特集, 土井氏の解説を参照されたい.

最近, 宇宙が極めて平坦でなければならないことが, 宇宙背景放射の細かな揺らぎの観測から示された (本特集, 杉山氏の解説参照). 2000年5月, Boomerangチームと MAXIMAチームは独立に, 気球を用いてCOBEの観測より何十倍も細かな揺らぎの観測を行い, $\Omega = 0.9(+0.18, -0.16)$ (MAXIMA, 2001) という結果を示したのである. Ω がほぼ1で宇宙が平坦 ($k = 0$) であるという結果は, まさにインフレーション理論の研究者が待ち望んでいたデータである. これと遠方

の超新星による真空のエネルギー密度パラメータの観測と組み合わせるならば，Ω の中の配分も，$\Omega_\Lambda \approx 0.7$, $\Omega_B + \Omega_{DM} \approx 0.3$ と決まってしまうのである（図 3）.

このように 21 世紀初めに，宇宙論の基本的なパラメータはほとんど決まってしまったように見える．しかもその結果はインフレーションを前提とするビッグバン理論と見事に一致するのである．しかし，それにもかかわらず，中身を見れば正体不明の暗黒物質や真空のエネルギーなど，根源的な謎が残されているのである．また宇宙創生の問題は，インフレーションと量子的創生という枠組みができあがったが，その根拠となっている統一理論は未完のままである．

3. 宇宙の創生とインフレーション理論

筆者やグース（A. Guth）の考えた当初のインフレーション理論は，当時盛んに研究されていた大統一理論，GUT（Grand Unified Theories）に基づいて考え出されたものである．この理論はワインバーグ（S. Weinberg）とサラム（A. Salam）の電磁力と弱い力の統一理論をさらに拡張し，強い力も含めて統一する理論である．宇宙開闢 10^{-36} 秒頃，宇宙の温度が 10^{15} GeV（GeV $= 10^9$ eV）であった頃，真空の相転移が起こり，強い力が枝分かれを起こしたことをこの理論は予言している．ワインバーグ・サラムの統一理論や，大統一理論では真空の相転移とは，ヒグス場と呼ばれている素粒子の場の相転移である．相転移前の状態では真空のエネルギー密度は高い状態にあり，これに働く重力は斥力である．宇宙は指数関数的な急激な加速膨張をするようになり，ミクロな宇宙でも，一挙に何億光年ものマクロな宇宙になってしまう．インフレーションの持続する時間は，真空が不安定になったエネルギーの高い状態にどれだけ我慢して止まることができるかによって決まるわけである．しかも真空のエネルギーの密度は，宇宙が急膨張しても，まったく変化しない．つまり，宇宙の体積が 100 桁大きくなったとしたならば，その中の真空のエネルギーの総量も 100 桁大きくなるのである．相転移が最終的に起こると，真空のエネルギーは潜熱として開放され，通常の物質エネルギーに転化する．このシナリオはエネルギー保存則を満たす重力場の方程式やヒグス場の方程式を解くことで導かれているのではあるが，見かけ上，無からエネルギーを生み出すメカニズムとなっている．今日，宇宙を満たしている物質エネルギーはすべて，インフレーションが作り出したものである．これがインフレーション理論の真髄である．

しかし，もともとのインフレーション理論は，問題があった．パラメータの値によっては相転移が完了しなくなる，また相転移終了後の宇宙の凸凹の度合いが強すぎることなどである．銀河団やグレートウォールをはじめとした宇宙の構造を作るための種として，凸凹を仕込んでやる必要があるが，これでは揺らぎの振幅が大きすぎ，成長して宇宙はブラックホールだらけになってしまう．最初の改良版として新インフレーションモデルがリンデ（A. Linde）やスタインハート（P. Steinhardt）などによって提案された．しかしそれにも問題が残されていたことから，カオティックインフレーション，ハイブリッドインフレーション，拡張インフレーションモデル，超拡張インフレーションモデル，ソフトインフレーション，ナチュラルインフレーション，オープンインフレーションと数え切れないほどのモデルが今日までに提案されている．このような，いろいろなインフレーションのモデルが提案される中で，力の統一理論に基づいてインフレーションモデルを作り上げる精神は失われてしまいインフレーションを引き起こす場は“インフラトン場”と呼ばれている．もちろん新たな力の統一理論，超重力理論や超紐理論などから導く努力も進められていることは言うまでもない（本特集，横山氏の解説参照）.

量子論的宇宙創生の最近の話題は，多次元宇宙の創生である．超紐理論の進展やその刺激を受けて，多様なアプローチが進められている．従来の

多次元宇宙モデルでは，時空となる4次元を除いた残りの次元，内部空間はプランクスケールの大きさに縮まっている．つまりコンパクト化されていると考えていた．一方，3次元空間となる方向には宇宙は膨張しなければならない．このような宇宙モデルはカルツァ・クライン宇宙モデルと呼ばれているが，このもっとも単純なものは，真空のエネルギーに満ちた多次元宇宙である．すでに内部空間が収縮，もしくは創生時のままの大きさを保ち，外部空間がインフレーションを起こすモデルにつながるインスタントン解（虚時間での古典解）などが求められている．また，このような WKB 近似ではなく直接，時空の運動を記述するシュレディンガー方程式であるウィーラ・ドウィット方程式を解き，宇宙の波動関数の振舞いを調べることも行われている．これらの解析は内部空間も外部空間も共に大きくなるインスタントンの寄与がもっとも大きいことを示している．内部空間を小さく保ち，外部空間でインフレーションを起こすためには，どうしても内部空間と外部空間で圧力などが非対称な物質場を考えざるを得ない．

最近の新たな，もっとも興味深い宇宙のモデルはブレーン宇宙モデルである（本特集，白水氏の解説参照）．究極の統一理論となりうる超紐理論として考えられている M 理論の示唆するところでは，高次元の空間の中に，3次元の膜が存在し，それが我々の住む宇宙である．物質はこの膜内に閉じ込められていると考えるので，この膜に垂直な方向は決してコンパクト化される必要はない．ランダール（L. Randall）とサンドラム（R. Sundrum）は5次元 Anti–deSitter 中に，3次元の空間の膜があるモデルを用いて，5次元的な重力がこの膜内では，ニュートン的4次元重力則となるモデルを示した．特にブレーンが正の表面張力を持つモデルは，多くの研究者によって調べられ，ブレーン内での重力則が確かにニュートン則となることが示されている．またそのブレーン宇宙の宇宙膨張の式，

$$\left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 = -\frac{1}{R^2} + \frac{8\pi G\rho}{3} + \lambda^2\left(\frac{4\pi G\rho}{3}\right)^2 + \frac{\alpha^2}{R^4}$$

は通常の膨張の式に，2つの付加項（右辺の最後の2つの項）が加わったものである．ここで $\lambda = \sqrt{-\frac{6}{\Lambda}}$ は5次元 Anti–deSitter 時空の特徴的長さ，α^2 は質点の質量である．これらの項は物質密度が小さくなり，スケール項が大きくなった時点では，寄与は小さく無視できるが，宇宙初期には効果を現し，宇宙が単なるフリードマン宇宙ではなく，ブレーンの世界であることを示すものである．

スタインハートとツロック（N. Turok）はこの2枚が衝突することがビッグバンに対応するのではないかと考え，エキピロティック宇宙モデル（Ekpyrotic Universe Model）というモデルを提唱している（本特集，山口氏の解説参照）．彼らはこの衝突は1回ではなく無限に続くのではないかと考えたのである．我々の宇宙に対応するブレーンがまず別のブレーンと衝突し，ビッグバンが起こる．宇宙はビッグバン後，通常の減速的膨張の後，わずかに残存している真空のエネルギーによって加速度的な膨張を起こす．しかしやがて真空のエネルギーも小さくなり収縮に転じ再度2枚の膜は衝突を起こしビッグバンを起こす．つまりこのモデルは宇宙は膨張収縮を繰り返す振動宇宙モデルで，時間に始まりもなければ終わりもない（図4）．

現在ブレーン宇宙モデルは，多くの研究者の興味を引きつけ，大きく進展しつつある．これが新たなパラダイムとなるようなものとなるのか，一つの流行なのか現時点では判断できないが，たとえ後者であっても，このモデルが豊かな内容を持っていることは確かである．

4. ダークエネルギー（暗黒エネルギー）

遠方の超新星の観測や気球を用いた背景放射の観測から得られた，真空のエネルギー密度パラメータの値は $\Omega_\Lambda \approx 0.7$ であり，暗黒物質や通常の物質密度の合計，$\Omega_B + \Omega_{DM} \approx 0.3$ を超えている．これは再び真空のエネルギーが宇宙の主なエネルギーとなり，宇宙は急激な膨張，“第2のインフレーション” を始めたことを意味する．この真空

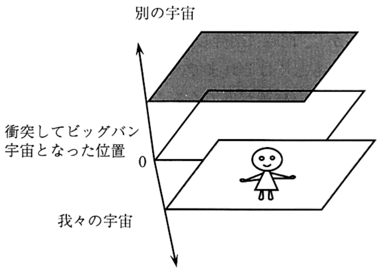


図4　エキピロティック宇宙モデル．高次元空間中の3次元の次元を持つ2枚のブレーンが衝突を繰り返す．衝突の瞬間がビッグバン．このうちの1枚が我々の宇宙である．衝突の瞬間がビッグバンに対応する．宇宙はビッグバン後，通常の減速的膨張の後，加速度的な膨張を起こす．しかしやがて収縮に転じ再度2枚の膜は衝突を起こしビッグバンを起こす．このモデルは宇宙は膨張収縮を繰り返す振動宇宙モデルで，時間に始まりもなければ終わりもない．

のエネルギーの正体はいったい何なのだろうか？最近，正体不明の物質をダークマター（暗黒物質）と呼ぶのに対応して，この正体不明の真空のエネルギーをダークエネルギー（暗黒エネルギー）と呼ぶようになった．謎はその正体だけではない．なぜ我々は第2のインフレーションが始まったという宇宙の歴史の特別な時期に生きているのか？偶然そのようなことが起こる確率は極めて小さい．そこには何らかの必然性があるはずである．この疑問は偶然一致問題（coincidence problem）と呼ばれる．本来何の関係もない量である両者の値は50桁，100桁違っていてもそのほうが自然なのである．

物理学法則の必然的帰結として，例えば量子重力理論の帰結として現在の真空のエネルギー密度が導かれるなら，宇宙定数はもはや物理定数であり，“なぜこのような値を持つのか”という疑問は宇宙論の疑問ではなくなる．真空のエネルギーが存在するとその値として自然な値は，量子重力理論のスケールであるプランクエネルギー密度 $G^{-2} \approx (10^{19}\,\mathrm{GeV})^4$ である．ここで G は重力定数である．しかし現在の真空のエネルギー密度はプランクエネルギー密度の 10^{-120} である．

このような120桁の違いを，現在の物理学の範囲で人為的操作なしに自然に導くのはほとんど不可能であろう．この疑問は小ささの問題（smallness problem）と呼ばれている．しかし，ともかく宇宙時刻で言えば最近始まった第2のインフレーションは永遠に続くものなのだろうか？ 未完ではあるが力の統一理論の大筋を信じるなら，宇宙の真空の相転移に従って，真空のエネルギー密度は，プランクエネルギー密度から，大統一理論のスケールへ，また電弱力のスケールへ，そして強い力のスケールへと，階段状に下がってきたはずである．クォーク・ハドロン相転移以後真空のエネルギーはゼロとならずに現在の値となって落ち着いたのだろうか？ それとも滑らかに変化しながら今日に至っているのだろうか？ 前者の場合，再度何兆年後に真空の相転移が起こり第2のインフレーションは終了するのだろうか？ しかし，わずかながらも再度真空のエネルギーが残され，第3のインフレーションが始まるのだろうか？

真空のエネルギーが，宇宙初期から緩やかに減衰して今日の値になっているというモデルも提唱されている．最近減衰していく真空のエネルギーに，quintessence，つまり第5の元素という実に仰々しい名前がつけられて盛んに研究が進められている．しかし，いまの時刻で，真空のエネルギーが物質のエネルギーを上回るようになり始めたのかを本質的に説明できるものではない．もちろん，適当な減衰モデルを作り，モデル内の減衰速度に対応するパラメータを微細調整し，人為的にいまの時刻に合わせることはできるが，それでは偶然一致問題を解いたことにはならない．しかしこのような現象論的モデルでまずアプローチすることは研究の第一歩である．しかし個人的には，偶然一致問題は，人間原理的解決しかないのではないかと考えている．現在観測されている真空のエネルギー密度をはるかに超えるような値を持つ“宇宙”では，早い時期に第2のインフレーションが

始まり宇宙構造は形成されず知的生命体も生まれない．知的生命体が生まれるのは現在の値程度の真空のエネルギー密度，もしくはそれ以下の値を持つ宇宙のみである．

5. 終わりに

宇宙論研究はいま２つの方向で進んでいる．第一は最近しばしば言われる精密宇宙論の方向である．20世紀末に宇宙論パラメータの基本的値はほぼ決まり，21世紀の課題はこれを精度よく決め，かつインフレーションを含むビッグバン宇宙論を基に，宇宙進化の描像を明確に描き出すことである．まもなく解析結果が発表される宇宙背景放射観測衛星，MAPや，ESAが2007年に打ち上げるPLANCKは密度パラメータをはじめとする量をまさに精密に決めることになる．また宇宙における構造形成，天体形成，化学進化の研究は，いま爆発的に進みつつある．現在，すばる望遠鏡をはじめとする10mクラスの巨大望遠鏡が世界で10台以上稼動する時代となりつつある．さらに，ハッブル望遠鏡の後継宇宙望遠鏡，NGST（New Generation Space Telescope）はその口径は6mクラスに縮小されたが計画は具体化しつつある．X線天文衛星，CHANDRA, NEWTONをはじめとして宇宙空間から全波長での観測が進んでいる．宇宙論は，いまはっきりと，“論”から天文学となったのである．21世紀前半には，観測によって豊かな宇宙進化の描像が天文学として描き出されるであろう．21世紀末には，COBEが宇宙開闢30万年頃の宇宙の地図を描いたように，重力波によってインフレーションの起こった頃の地図が描かれると夢見ることもできる．

しかし，同時に期待したいことは，従来の理論に矛盾，もしくはそれまでの理論では説明することのできない観測が出てくることである．知の世界の体積が膨らめば当然それだけ，その表面，フロンティアも広がるのは当然である．実際，ダークマター，ダークエネルギーの問題は大きな謎である．我々は，我々の住んでいるこの宇宙を構成する物質の99%が何であるかをまったく知らない．第2の方向はこの謎へのチャレンジである．ダークマターの候補としては超対称理論が予言するニュートラリーノをはじめとして各種の素粒子が考えられている．その直接検出を目指す実験も行われている．2007年に稼動するであろうLHCによって何らかの示唆が得られることを期待したい．一方ダークエネルギーの存在の“発見”はそれが正しいならば，宇宙論的意義以上に物理学の根幹にふれる発見である．

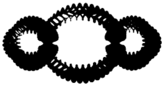
科学は矛盾や謎を解くことによって進む．これらの謎は21世紀宇宙論への鍵である．

参考文献

1) E. Kolb and M. Turner, The Early Universe, Addison Wesley, 1990; J.A. Peacock, Cosmological Physics, Cambridge Univ. Press (1999).
2) D. Lyth et al, *Phys. Rep.* **314**, 1 (1999); 数理科学, 素粒子的宇宙論特集 1991年7月号; 田中貴浩, 日本物理学会誌, **55**, 932 (2000); 佐藤勝彦：数理科学, No.442, 33 (2000), No.451, 19 (2001).
3) S. Weinberg, *Rev. Mod. Phys.*, **61**, 1 (1989); V. Sahni et al, Astro-ph/9904398; 佐藤勝彦 日本物理学会誌, **51**, 347 (1996); 日経サイエンス, 宇宙論特集, 1999年4月号.
4) 日経サイエンス, 宇宙論特集, 2001年4月号.
5) 日経サイエンス別冊『宇宙論の新次元』, 日経サイエンス社, 2001年11月.

（さとう・かつひこ，東京大学大学院理学系研究科）

ブレーン宇宙論



白水 徹也

1. ふうせんと余剰次元

現在の宇宙は膨張し，銀河は距離に比例した速度で互いに遠ざかっている．いわゆるハッブルの法則である．この現象を一般の方に説明するのに，しばしば風船を膨らませてみる．風船の面は2次元面であるが，これを3次元であると読み替え，面上に描かれた2つの銀河同士が遠ざかっていることを理解する．これで聴衆が納得すれば成功である．しかし，これでは納得しないケースが多々ある．風船の中や外を考察の対象からぬぐい捨てることができないのが理由の一つのようである．ところが，最近の超紐理論を土台とした宇宙像は，まさに一般の方でも理解できるものになりつつあるのである．つまり，我々の宇宙は高次元時空の中の3次元風船というわけである．説明を容易にするために用いられていた視覚的描写が宇宙の本当の姿かもしれないのである．

余剰次元の導入はいわゆるアインシュタインの夢から始まる．一般相対論では重力は微分幾何学で記述できるとしているが，電磁気も一緒に統一してやろう，とするのである．このプロジェクトはカルツア・クライン理論で成功を収め，そのアプローチは現在建築中の超紐理論に受け継がれている．高次元のうち我々が日ごろ用いている4次元以外の余剰次元は，容易に観測できないほどにコンパクト化していると考える．しかし，このシナリオには深刻な問題が内包されていることに気が付く．コンパクト化のサイズがどのようにして決まっているのか分からない．構成の仕方から避けられないが，余剰次元を観測するのが容易でない．これに加えて統一理論ではゲージ階層性問題が存在する．統一の標準的なシナリオでは，プランクスケール（10^{19} GeV）と弱スケール（$\sim$ TeV）の開きが16桁にも及ぶが，なぜそのような大きな開きがあるのか．これらの疑問を部分的に解決するのがここで取り上げるブレーンワールドモデルである．ブレーンとは薄膜のことである．そこでは物質はブレーンに閉じ込められ，重力のみ高次元を伝播すると仮定される．この描像は11次元のM理論と10次元の混合紐理論との関係やDブレーンの性質から正当化されると考えられている．

ブレーンワールドには大きく分けて2つのモデルがある．一つは多余剰次元[1]，一つは少余剰次元モデル[2,3]である．次節でもう少し詳しく解説しよう．

2. モデル

n 次元と4次元の重力定数間の関係を見てみよう．重力の作用から容易に分かるように，$G_n \sim G_4 V_{(n-4)}$ で与えられる．ここで $V_{(n-4)}$ は余剰次元の体積．n 次元の「プランク」スケール M_n は4次元のプランクスケール $M_{\rm pl}$ と

$$M_n \sim M_{\rm pl}^{\frac{2}{n-2}} V_{(n-4)}^{-\frac{1}{n-2}} \qquad (1)$$

のように関係付く．この関係式から見てすぐに分かることは，$V_{(n-4)}$ を大きくすれば，M_n は小さくできるということである．

2.1 多余剰次元モデル

例えば，スケール M_n は余剰次元のサイズ次第では弱スケールにすることも可能である．余剰次元が平坦だとしよう．この場合，余剰次元の数を増やすことによって，重力実験で観測できない程度（1 mm 以下）に余剰次元のサイズを小さくすることが可能になる．物質はブレーンに閉じ込められているとしているので，1 mm スケールでは余剰次元からの影響は重力にしか現れない．すなわち，重力については 1 mm よりも小さなスケールで余剰次元の効果が優位になってくるが，物質については弱スケールまでその効果は現れない．

このモデルでは余剰次元を平坦としたが，これはあくまでも近似である．低エネルギーでのみ正しい取扱いである．実際にはブレーンが存在しており，その自己重力が無視できなくなると余剰次元はブレーンをソースとして曲がる．また，真剣にブレーンの張力，自己重力を考えると，全体の時空に負の宇宙項，あるいは物質を導入しないかぎり，4 次元のミンコウスキー時空のブレーンは実現しない．

2.2 少余剰次元モデル

式 (1) を睨んでやると，他の可能性があることが分かる．積極的にブレーンの自己重力を利用するのである．そのために時空全体には負の宇宙項があるとする．したがって，時空全体は反ドジッター時空となる．その計量は

$$ds^2 = dy^2 + e^{-2y/l}(-dt^2 + d\boldsymbol{x}^2) \qquad (2)$$

で与えられる．l は反ドジッター時空の曲率半径．ブレーンは $y =$ 一定にあると考えられ，4 次元のミンコウスキー時空のブレーンが実現されていることが分かる．ただし，次節で説明するように，このときブレーン張力は負の宇宙項と適当に微調整されている．右辺第 2 項の全体にかかっている指数関数因子 $e^{-2y/l}$ に注目されたい．余剰次元方向に時空は指数関数的に曲がっているのである．空間方向のインフレーションと言うに相応しい．

このモデルはランダルとサンダラムによって提唱され，2 つのタイプがある．一つは 2 枚のブレーンモデル[2]，もう一つは 1 枚のブレーンモデル[3] である．

(a) 2 枚ブレーンモデル：これは余剰次元をコンパクト化していることに相当し，ブレーンは正張力のものと負張力のものとからなる．負張力ブレーン上に我々が住んでいるとすると，5 次元の「プランク」スケールと 4 次元のスケール間の関係は

$$M_5^3 \sim e^{-2d/l} M_{\rm pl}^2 l^{-1} \qquad (3)$$

で与えられる．d はブレーン間の距離．したがって，d/l を数十にとると余剰次元の数はたったの 1 つにもかかわらず，M_5 を弱スケールにすることができるのである！

(b) 1 枚ブレーンモデル：これまでのモデルではコンパクト化の問題は残されている．つまり，どうしてそのサイズなのか？ ところが，1 枚ブレーンモデルではその問題が生じない．あるのは反ドジッター時空の曲率スケールだけである．コンパクト化しないにもかかわらず，なぜ 5 次元から 4 次元の理論に落とせるのであろうか．答は簡単で式 (2) の中の指数関数因子 $e^{-2y/l}$ のおかげで，体積は有限であるからである．ただし，このモデルでは重力スケール間の関係が $M_5^3 \sim M_{\rm pl}^2 l^{-1}$ となっていて，$l < 1\,\rm mm$ とすると $M_5 > 10^{12}\rm GeV$ という制限がある．したがって，このモデルで階層性問題を「解決」することはできない．

3. ブレーン宇宙

本節では，重力が積極的に重要な役割を果たすランダル・サンダラムモデルの宇宙論への一般化について議論しよう．そのためにブレーン上の重力方程式を導出[4] することから出発するのが好ま

しい．すべての現象はこの方程式に立ち返って考察をすると見通しが大幅によくなる．

3.1 ブレーン上の重力方程式

簡単のために1枚の正張力ブレーンモデルを考えよう．系の全作用はバルク時空に対しては宇宙項を含む5次元のアインシュタイン・ヒルベルト作用，ブレーン部分はブレーン張力 σ と4次元の物質のラグランジアン $\mathcal{L}$ の和からなるとする．すなわち，

$$S_{\rm tot} = \frac{1}{\kappa^2}\int d^5x\sqrt{-G}(R-2\Lambda) + \int d^4x\sqrt{-q}(-\sigma+\mathcal{L}). \qquad (4)$$

$q_{\mu\nu}$ はブレーン上の計量である．ここではブレーン上の重力方程式の導出のために5次元を4次元面（ブレーン）に幾何学的に射影することによって行うことにする．具体的にはガウス・コダッチ分解を行う．5次元のリーマンテンソルと4次元のリーマンテンソル間の関係式が中心的な役割を担う．

ブレーンの位置に合わせて余剰次元の座標 y を導入すると，5次元計量はブレーン周りで

$$ds^2 = dy^2 + q_{\mu\nu}(y,x)dx^\mu dx^\nu \qquad (5)$$

と書くことができる．ブレーンの張力，その上の物質は5次元アインシュタイン方程式で見ると，$y=0$ にデルタ関数的に存在することが分かる．そこでアインシュタイン方程式を $y=0$ の前後無限小間隔で積分することによって，ブレーン上の外的曲率 $K_{\mu\nu}=(1/2)\partial_y q_{\mu\nu}$ がブレーン上の物質によって

$$K_{\mu\nu}(0,x) = -\frac{1}{6}\kappa^2\sigma q_{\mu\nu} - \frac{\kappa^2}{2}\left(T_{\mu\nu}-\frac{1}{3}q_{\mu\nu}T\right) \qquad (6)$$

のように決まる．これはイスラエルの接続条件と呼ばれる．$T_{\mu\nu}$ は張力以外のブレーン上の物質のエネルギー・運動量テンソルである．するとブレーンに沿ってガウス方程式は形式的に

$$\overset{(4)}{R}_{\mu\nu} - \frac{1}{2}q_{\mu\nu}\overset{(4)}{R} = -\Lambda_4 q_{\mu\nu} + 8\pi G_4 T_{\mu\nu} + \kappa^4\pi_{\mu\nu} - E_{\mu\nu} \qquad (7)$$

と整理できることが分かる．これがブレーン上の重力方程式である．ここで右辺の各項は以下のように定義されている：

$$\Lambda_4 = \frac{1}{2}\kappa^2\left(\Lambda+\frac{1}{6}\kappa^2\sigma^2\right), \qquad (8)$$

$$G_4 = \frac{\kappa^4}{48\pi}\sigma, \qquad (9)$$

$$\pi_{\mu\nu} = -\frac{1}{4}T_{\mu\alpha}T_\nu^\alpha + \frac{1}{12}TT_{\mu\nu} + \frac{1}{8}q_{\mu\nu}T_\beta^\alpha T_\alpha^\beta - \frac{1}{24}q_{\mu\nu}T^2, \qquad (10)$$

$$E_{\mu\nu} = C_{\mu y\nu y}. \qquad (11)$$

Λ_4 はブレーン上の有効宇宙項，G_4 はブレーン上の重力定数，$E_{\mu\nu}$ は5次元のワイルテンソルの一部分である．ちなみに，前節のモデルでは Λ_4 がゼロとなるように張力と宇宙項が調整されていた．

この重力方程式を見てすぐに気が付くことは，右辺に4次元で決定できない項 $E_{\mu\nu}$ が存在することである．出所が5次元のワイルテンソルであることから，4次元の観測者から見た場合，その項にのみ余剰次元方向に運動量を持つカルツア・クラインモードからの寄与が含まれることが予想できる．これは実際に線型理論で確かめることができる[5)]：

$$|E_{\mu\nu}|/|G_4T_{\mu\nu}| = O(l^2/r^2). \qquad (12)$$

低エネルギー（バルク時空の曲率半径よりも十分大きなスケール）では重力方程式の右辺第3項，第4項は無視することができ，通常の4次元アインシュタイン理論が再現されることも分かる．一般に $E_{\mu\nu}$ はバルク時空からの重力波あるいは非一様性からくることになり，その評価のためには5次元を解く必要がある．その際には $E_{\mu\nu}$ のバルク方向への「発展」方程式 $\partial_y E_{\mu\nu} = \cdots$ を使うと見通しがよい．

次に，ブレーンが2枚の場合について考えてみ

よう．ここで得た重力方程式は 5 次元を 4 次元に射影しただけであるから，各ブレーンついて解釈はともかく正しいはずである．しかし，負張力ブレーン上で G_4 が負になってしまい，奇妙な振舞いをすることになる．結論を述べると，正しく解釈できる重力方程式を導出するためには $E_{\mu\nu}$ を評価しておく必要がある．低エネルギーでもその項は無視できない．最近，長波長展開によってバルク方向に $E_{\mu\nu}$ を解くことによって低エネルギー有効理論の導出が行われた[9]．要点は 2 枚ブレーンの場合，両端での境界条件から $E_{\mu\nu}$ が決まってしまうことにある．負張力ブレーン上では有効理論方程式は

$$\begin{aligned}
&\overset{(4)}{R}{}^{\mu}_{\nu} - \frac{1}{2}\delta^{\mu}_{\nu} \overset{(4)}{R} \\
&= \frac{1}{\Phi}(D^{\mu}D_{\nu}\Phi - \delta^{\mu}_{\nu}D^2\Phi) \\
&\quad + \frac{\omega(\Phi)}{\Phi^2}\left(D^{\mu}\Phi D_{\nu}\Phi - \frac{1}{2}\delta^{\mu}_{\nu}(D\Phi)^2\right) \\
&\quad + \frac{\kappa^2}{l}\frac{1}{\Phi}T_2{}^{\mu}{}_{\nu} + \frac{\kappa^2}{l}\frac{(1+\Phi)^2}{\Phi}T_1{}^{\mu}{}_{\nu} \qquad (13)
\end{aligned}$$

と与えられる．ここで

$$\Phi = e^{2d_0/l} - 1, \quad \omega(\Phi) = -\frac{3}{2}\frac{\Phi}{1+\Phi}.$$

$d_0(x)$ は 2 枚のブレーン間の固有距離．$T_2{}^{\mu}{}_{\nu}$ と $T_1{}^{\mu}{}_{\nu}$ はそれぞれ負，正張力ブレーン上の物質のエネルギー・運動量テンソルである．同様に，正張力ブレーン上の方程式を導出することができるがここでは省略する．無論，これらの理論は線型近似をとることで線型理論での結果と一致する[5]．ただし，カルツア・クラインモードは長波長展開で落としており，高次の微分補正項として入っている．これはブレーンワールドの非局所性に起因している．

3.2 宇宙モデル

基礎方程式ならびにその使用上の注意はすべて整ったので，具体的な宇宙論への応用が可能となった．やはり，一様等方宇宙での密度揺らぎへのバルク時空からの影響が，観測による検証という観点からもっとも興味があるであろう．

さて一様等方宇宙モデルである．この場合バルク時空を解くことなくブレーン上のフリードマン方程式を書き下すことができる：

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G_4}{3}\rho - \frac{K}{a^2} + \frac{\Lambda_4}{3} + \frac{\kappa^4}{36}\rho^2 + \frac{\mu}{a^4}. \qquad (14)$$

右辺最後の項が $E_{\mu\nu}$ からの寄与であり，輻射のように振る舞っていることが分かる．μ は定数．カルツア・クラインモードからの寄与に対応していることを念頭におくと，ブレーン上の物質との相互作用は低エネルギーでは小さいため暗黒輻射と呼ばれている．K は時間一定面の曲率に比例しており，平面，球，双曲面に対してそれぞれ $K = 0, 1, -1$ となっている．

次にバルク時空を考えよう．宇宙論的にもっとも興味があるのは 5 次元からの寄与であるから，背景時空をバルク時空を含めて知っておく必要がある．結論として，対称性からバルク時空は 5 次元のシュバルツシルト・反ドジッター解

$$ds^2 = -f(r)dT^2 + \frac{dr^2}{f(r)} + r^2 d\Sigma_K^2 \qquad (15)$$

で与えられることが分かる．ここで $d\Sigma_K^2$ は単位球などの計量である．$f(r)$ は

$$f(r) = K + \frac{r^2}{l^2} - \frac{\mu}{r^2}. \qquad (16)$$

バルク時空中でのブレーンの運動は $r = a(\tau)$ によって指定され，その方程式がイスラエルの接続条件で決まり，それがまさに式 (14) で与えられる[6]．μ の正体はブラックホールの質量パラメターであったのである．

余談であるが，暗黒輻射がブラックホールの質量と関係していることは大変興味深い結果である．ブラックホールが存在すると，ブレーン上の観測者は輻射が存在するように宇宙膨張を通じて感じるのである．これは素粒子論で話題に上がっている AdS/CFT 対応のセンスと合致する．実際にある極限で暗黒輻射から評価されるエントロピーとブラックホールエントロピーが一致することが分かる[7]．

次に密度揺らぎについてコメントしたい．現時

点では定式化は十分行われているが[10)]，もっとも興味のあるバルク時空からの寄与の部分の評価が十分に行われていない．今後の大きな進展に期待したい．結局，バルク時空をいかに解くかという問題が大きく残されている．

宇宙創生シナリオは一般の方にも理解しやすい描像となり得る．バルク時空の中に位相欠陥のように生成されるシナリオである[8)]．バルク時空が過去未来永遠に存在していたかは不明であるが，「無」からの創生シナリオよりは想像しやすいであろう．またこれまで通りブレーンと一緒にバルク時空も「無」から生成されるというシナリオも考えられる[7)]．

3.3 ブレーン宇宙の衝突！

ブレーンが多数存在する場合，それらが粒子のように衝突すると考えるのは自然である．また積極的にその素過程を用いることによって，新しい宇宙創生シナリオを考えることができる．例えば，衝突で発生したエネルギーをブレーン上の物質のエネルギーに転換することで熱いビッグバン宇宙が始まったとするシナリオも提出されている[11)]．このシナリオでは衝突の前後で生じた揺らぎが，構造の種とされている．しかし予言されるスペクトラムについての見解が収束していない．望ましいスケール不変なものではなくブルースペクトラムとなってしまい，このシナリオには否定的な意見も出されている[12)]．結局のところ衝突を扱う理論を我々は知らないために生じている混乱と見られる．

例えば，2枚のブレーンの低エネルギー理論（式(13)）を衝突現象に用いることはできない．なぜなら有効理論の導出の際に，接続条件を用いるのであるが，まさに衝突したときには使えない条件である．有効理論の前提が崩れているのである．さらに，たとえ用いたとしても5次元的には特異である．いずれにせよ，衝突を扱える理論が早急に望まれる．

4. 高次元ブラックホール

ブレーンワールドシナリオで特筆すべき予言は，低エネルギーでのブラックホール形成であろう[14)]．直感的に理解できるように，ブレーン上の重力は大きなスケールでは4次元的に，小さなスケールでは高次元的に振る舞う．高次元では重力ポテンシャルの半径依存性が強くなり，n 次元では $V(r) \sim G_n r^{-(n-3)}$ となる．したがってシュバルツシルト半径が大きくなり，通常よりもブラックホールが形成されやすくなる．

高次元の重力のスケールがTeVであれば，TeVスケールの加速器で行われる陽子–陽子衝突でブラックホールが形成され得る．加速器におけるブラックホール生成の確認は，余剰次元の存在，超紐理論の検証につながりその意義は大きい．また，生成されたブラックホールは直ちにホーキング放射で蒸発してしまうが，ホーキング放射の直接検証も可能となる．

素朴な期待は以上の通りだが，高次元は4次元と比べると予想以上に豊かで非自明な性質を有している．まずブレーン上のブラックホール解であるが，その厳密解は未だに見つかっていない[13)]．その大きな理由の一つに，ブレーン上でバーコフの定理が成り立っていないことが挙げられるであろう．バーコフの定理の内容は，「球対称かつ真空な時空はシュバルツシルト時空」である．例として，星を考えてみよう．球対称かつ真空ならば，星の内側の状態に関係なく外側の時空はシュバルツシルト時空になることを主張する．しかし，たとえ外側が真空だとしても，ブレーン上の重力方程式は $\overset{(4)}{R}_{\mu\nu} - \frac{1}{2} q_{\mu\nu} \overset{(4)}{R} = -E_{\mu\nu}$ となってしまい，4次元のアインシュタイン方程式として見ると真空ではない．つまり，5次元のバルク時空を通して内側の情報が外側に漏れているのである．したがって，ブラックホール解は一意的にある解で記述できない可能性がある．

次に，ブレーンの存在を忘れて単純に高次元ブラックホールを考えてみよう．小さなスケールではブレーンによる自己重力の効果は無視でき，そ

こではよい近似となっていると考えられる．この単純な場合ですら非自明なことが多数存在する．4次元ブラックホールでは回転している真空定常なブラックホール解はカー時空のみとなることが知られている．これは重要な結論である．しかし，高次元では高次元カー時空以外の正則な解があることが知られている．形状がリングなのでブラックリング解と呼ばれている[15]．陽子–陽子衝突では，最初の角運動量が大きな物体ができた場合，ブラックリングが生成される可能性がある．ブラックリングの安定性，ホーキング放射，等々の詳細は未だ不明で今後の研究で明らかになってゆくであろう．回転のない静的なブラックホールについては，その解（高次元シュバルツシルト解）の唯一性が最近証明されている[16]．

そのほかにもブラックストリング解がある．これは余剰次元方向にまっすぐに伸びたもので，高次元のなせる技である．リング，ストリングいずれにせよ，断面を見るとそれらは空間的に3次元以上の次元を持っている．しかし，もし空間的に次元が2だとすると，もはやその断面には事象の地平面は存在し得ないことが知られている．重力ポテンシャルは動径座標に対して対数的になり，重力が弱くなってしまうことに起因している．さらに高次元ではその余剰次元の数だけでなく，漸近的な境界条件などにも自由度があり，多様な可能性があると考えられている．

5. 結び

標準宇宙論に対してブレーン宇宙論で新しく導入されたものはブレーンと余剰次元である．過去の高次元宇宙論との違いはブレーンである．このような些細な変更にもかかわらず豊かな洞察やシナリオを我々に提示してくれる．ブレーンワールドパラダイムの幕開けである．1981年に提唱されたインフレーション宇宙もスカラー場の導入によって，様々な洞察を可能にし，宇宙創生まで研究の対象は広がった．ブレーン宇宙論と合わせて真の宇宙創生像が今後10年で描かれることを期待したい．

密度ゆらぎにせよブラックホールにせよ，不明な点が多々残されている．問題はバルク時空とその境界であるブレーン時空を同時に解かなければいけない点にある．特に1枚ブレーンの場合，バルク時空にコーシーホライズンが存在し，境界条件をどのようにとるか一般的な状況に対する指導原理がない．一言で言うと，どのようにしてバルクを解くのか，ということになる．また暫定的にブレーン衝突が議論されているが，衝突をも扱える理論構築が望まれる．分からないことだらけであるが，宇宙あるいは時空の本当の姿が少しずつ解明されてきているのは確かである．

参考文献

1) N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos and G. Dvali, *Phys. Lett.* **B424** (1998) 263.
2) L. Randall and R. Sundrum, *Phys. Rev. Lett.* **83** (1999) 3370.
3) L. Randall and R. Sundrum, *Phys. Rev. Lett.* **83** (1999) 4690.
4) T. Shiromizu, K. Maeda and M. Sasaki, *Phys. Rev.* **D62** (2000) 024012.
5) J. Garriga and T. Tanaka, *Phys. Rev. Lett.* **84** (2000) 2778.
6) P. Binetruy et al, *Phys. Lett.* **B477** (2000) 285; D. Ida, *JHEP* **0203** (2000) 007.
7) J. Garriga and M. Sasaki, *Phys. Rev.* **D62** (2000) 043523.
8) K. Koyama and J. Soda, *Phys. Lett.* **B483** (2000) 432.
9) S. Kanno and J. Soda, *Phys. Rev.* **D66** (2002), 083506; T. Shiromizu and K. Koyama, hep-th/0210066.
10) S. Mukohyama, *Phys. Rev.* **D62** (2000) 084015.
11) J. Khoury et al, *Phys. Rev.* **D64** (2001) 123522.
12) D.H. Lyth, *Phys. Lett.* **B524** (2002) 1.
13) A. Chamblin, S.W. Hawking and H.S. Reall, *Phys. Rev.* **D61**, 065007 (2000).
14) S. Dimupoulos and G. Landsberg, *Phys. Rev. Lett.* **87** (2001) 161602; S.B. Giddings and S. Thomas, hep-th/0106219.
15) R. Emparan and H.S. Reall, *Phys. Rev. Lett.* **88** (2002) 101101.
16) G.W. Gibbons, D. Ida and T. Shiromizu, *Phys. Rev. Lett.* **89** (2002) 041101.

（しろみず・てつや，東京工業大学大学院理工学研究科）

ダークエネルギー問題

千葉 剛

1. ダークエネルギーの証拠

膨張宇宙を記述するアインシュタイン方程式は以下の二つの式である[*1)].

$$H^2=\left(\frac{1}{a}\frac{da}{dt}\right)^2=\frac{8\pi G}{3}(\rho_M+\rho_X)-\frac{K}{a^2}, \quad (1)$$

$$\frac{1}{a}\frac{d^2a}{dt^2}=-\frac{4\pi G}{3}(\rho_M+\rho_X+3p_X). \quad (2)$$

ここで，$a(t)$ は時間 t における宇宙の大きさを表すスケール因子，H は宇宙の膨張率を表すハッブルパラメター，K は空間の曲率を表すパラメター，G はニュートンの重力定数，ρ_M は（非相対論的）物質のエネルギー密度，ρ_X, p_X はダークエネルギーのエネルギー密度，圧力を表している（相対論的物質のエネルギー密度は無視できるので今は省略した）．(1) 式は宇宙の膨張速度はエネルギー密度で決まること，(2) 式は宇宙膨張の加速度は $-$(密度) $-$ 3(圧力) に比例することを示している．非相対論的物質では圧力は無視できるほど小さく，宇宙は減速膨張するだけである．これは重力は引力であることの現れである．

さて，(1) 式を H^2 で割り無次元化したパラメター（密度パラメター）を導入してみる：$\Omega_{M(X)}=8\pi G\rho_{M(X)}/3H^2$．空間曲率についての「密度パラメター」は $\Omega_K=-K/a^2H^2$ と定義することにする．このとき，(1) 式は

$$1=\Omega_M+\Omega_X+\Omega_K \quad (3)$$

となり，アインシュタイン方程式の意味することは「すべての密度パラメターの総和は 1 にならなければならない」となる．$\Omega_X>0$ ならダークエネルギーが存在することを意味する．密度パラメターを決める宇宙論的観測は大きく分けて三つある．1) 銀河・銀河団での質量分布，2) 宇宙背景輻射の揺らぎのスペクトル，3) 遠方の超新星の明るさの観測[4] である．1) は主に物質の密度 Ω_M を，2) は揺らぎの角度スペクトラムから宇宙の空間曲率 Ω_K を，3) は遠いところでのハッブルパラメターを観測することによる宇宙膨張の加速度を決めるものである．このうち，1) はかなり以前から $\Omega_M<1$ を示唆していた[1]．最近の観測結果はいずれも低密度で[2] 平坦な宇宙[3]（$\Omega_M<1, \Omega_K=0$）を示唆している．さらに超新星の観測は宇宙は加速膨張（$\ddot{a}>0$）していることを示唆している．

つまり問題は次のように要約されよう：

$$\Omega_M\equiv\frac{8\pi G\rho_M}{3H^2}=1$$

であるはずなのに観測は

$$\Omega_M<1$$

を示唆している．

上の「であるはず」という要請は「アインシュタイン方程式（フリードマン方程式）を満たしなさい」というところからくる．Ω_M はアインシュタイン方程式の右辺（物質項）と左辺（重力項）の比とも見れるから，この等式を満たすようにするには，1) 新たな物質を導入するか，2) 重力を変えるか，しかないのである．このうち後者の可能性は，太陽系での光の屈折角，時間の遅れや，月の運動等の測定から，一般相対論からのずれは 0.1% 以下であることがわかっているので[5]，困難である[*2)]．したがって，前者の方向で何か候補者を立てなくてはいけない．すぐに思いつくのがアインシュタインの宇宙項であろう．ただしここでは宇宙「定数」であるという必然性は何もないし，この自由度を（スカ

*1) 以下光速 $c=1$，プランク定数 $\hbar=1$ とする単位系を使う．

*2) ただし，この主張には留保が必要である．詳しくは最後に触れる．

ラー）場で書き表せば時間変化する可能性もある．最近では，このような以前には宇宙項と言われていたエネルギー成分をダークエネルギーと呼ぶようになってきている．その定義はこの段階では，「(3) 式を満たすようなエネルギー成分」である．エネルギー保存の式，

$$\dot{\rho}_X + 3\frac{\dot{a}}{a}(\rho_X + p_X) = 0 \qquad (4)$$

から一般には時間変化する（宇宙「定数」は $p = -\rho$ に相当）．

さらに，「宇宙が現在加速膨張している」という観測結果を説明する必要がある．宇宙膨張の加速度はアインシュタイン方程式 (2) 式から $-(\rho_X + 3p_X)$ に比例するからダークエネルギーは「負の圧力」を持たなければならない．また，「現在の宇宙の構造ができるためには宇宙には物質優勢期がなくてはならない」という要請からも負の圧力の必要性が導かれる．過去に遡ればダークエネルギーは物質より少なくなる必要がある．(4) 式から $\rho_X \propto a^{-3(1+w)}$ $(w \equiv p_X/\rho_X)$ だから，このことはすなわち，ダークエネルギーは「負の圧力」$(w < 0)$ を持たなければならない，ということを意味する．

まとめると，ダークエネルギーとは

- (3) 式を満たすような（正の）エネルギーであり，かつ
- 負の圧力を持ったもの

ということになる．

2. ダークエネルギー問題

真空はローレンツ対称性を持つので，そのエネルギーモーメンタムテンソル $T^{\Lambda}_{\mu\nu}$ は計量テンソル $g_{\mu\nu}$ に比例して

$$T^{\Lambda}_{\mu\nu} = -\rho^{\Lambda} g_{\mu\nu} \qquad (5)$$

と書かれるはずである（ここで負の符号はエネルギー密度を正にするために導入した）．一方，宇宙項入りのアインシュタイン方程式は

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R + \Lambda g_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu} \qquad (6)$$

と書かれる．アインシュタインの宇宙項（宇宙定数）を右辺に移項すればまさしく，宇宙項は真空のエネルギーと見なせることがわかる[6]．

ダークエネルギーの可能性には次に述べるいくつかの深刻な理論的困難がある．

- **宇宙項問題**[7]
  場の量子論によると，真空は空っぽではなく，ゼロ点振動のエネルギーを持っている．質量 m の場に対してゼロ点振動のエネルギー密度 $\rho_{\rm vac}$ は，波数のカットオフを $k_{\rm cut}$ として

$$\rho_{\rm vac} = \int_0^{k_{\rm cut}} \frac{1}{2}\sqrt{k^2+m^2}\frac{d^3k}{(2\pi)^3} \simeq \frac{k_{\rm cut}^4}{16\pi^2}$$

  と書かれる．時空の量子的性質が重要になるプランクスケール（10^{19} GeV）をカットオフスケールとして素朴に計算すると，真空のエネルギー密度は観測値（$10^{-29}{\rm g/cm^3} = 10^{-47}\,{\rm GeV^4}$）を 120 桁以上も上回ることになる．真空からの励起だけを問題にする通常の場の理論では，真空からの差額のエネルギーだけを問題にすればよいが，一般相対論においては（作用において）メトリックはエネルギーモーメンタムテンソルとユニヴァーサルに結合しているので絶対値自体が問題になる．なぜ真空はほとんど重力相互作用しないように見えるのか，という問題．
- **小ささの問題**
  上の真空の量子効果を解決した上で，さらに最近の観測で示唆されているゼロでない正符号の小さな（$10^{-29}{\rm g/cm^3} = 10^{-47}\,{\rm GeV^4}$）エネルギー密度のダークエネルギーの実体を解明するということ．
- **相互作用問題**
  ダークエネルギーの自由度を場で表すと，その場は（対称性で禁止されない限り）一般には通常の物質と相互作用しうる．しかしながら，場は時間的に変動し，また非常に軽い（典型的には $\simeq H_0 \simeq 10^{-42}$ GeV）ので，自然定数の時間変化や（弱い）等価原理を破る長距離力を媒介しうる．これらの可能性は観測から非常に厳しく制限されている[8)*3)]．

はじめの宇宙項問題がいかに難しい問題であるかは Witten が Dark Matter 2000 という国際会議における講演で次のように述べている．彼の講演から引用しよう：「宇宙項問題は低エネルギーの物理と関係していると思われる．しかしながら，標準模型の成功のゆえ

*3) しかしながら，遠方のクェーサーからの光の吸収線の観測により微細構造定数が過去には小さかった可能性が指摘されている[9]．もしこれが本当なら，このような時間変化を引き起こす場を考える必要が出てくる．この場に伴う等価原理の破れの効果は将来の実験で検証可能なはずである[10]．

に，低エネルギーの物理に変更を加えるのは非常に難しい…」．

3. ダークエネルギーの候補

宇宙項問題についてはいろいろ解決の試みがなされているが，重力と量子に関わる問題であり，最終的な解決には量子重力理論の完成を待たなければならない問題と思われる．宇宙項問題が何らかの形で解決したとして，現在の宇宙の加速膨張を説明する試みとしては，大きく分けて，1) 正の宇宙定数を導入し宇宙は現在ドジッター膨張期に入ったとするか，2) 真空のエネルギーはゼロだが現在はまだ真空に落ち着く過渡期にある，とするかの 2 通りに分けられる．

真空のエネルギーモーメンタムテンソル（(5) 式）を完全流体のエネルギーモーメンタムテンソル（u_μ は流体の 4 元速度）

$$T_{\mu\nu} = \rho u_\mu u_\nu + p(u_\mu u_\nu + g_{\mu\nu})$$

と比較すればわかるように真空の圧力 p^Λ は $p^\Lambda = -\rho^\Lambda$ である．一方，ポテンシャル $V(\phi)$ を持ったスカラー場では，エネルギー密度は $\dot{\phi}^2/2 + V(\phi)$，圧力は $\dot{\phi}^2/2 - V(\phi)$ と書けるからスカラー場がゆっくりと運動すれば運動項がポテンシャル項に比べて無視できて「負の圧力」になり，インフレーションと同様に宇宙の加速膨張が実現できる．また，真空の相転移により生じたコズミックストリングの場合には紐の張力という次元を持った量が存在するから共動座標系で見てエネルギー密度一定とするとコズミックストリングのエネルギー密度は a^{-2} に比例して減少する．(4) 式からこのことはコズミックストリングは $p_X = -\rho_X/3$ であることを意味する．

何れの試みでも現在のダークエネルギーの小ささを説明するものでなくてはいけない．現在までのところ様々なモデルが提案されている．「小ささ」を説明するために小さいパラメターを導入するか，初期条件を微調整するかが必要であるが，その起源を素粒子理論の枠内で矛盾のないように説明しうるモデルは今のところないと言ってよいであろう．基本理論から導かれるはずのダイナミクスを古典論で手探りで探っているという状況である．

ここで，ダークエネルギーをその状態方程式 $w = p_X/\rho_X$ にしたがって分類してみる．

- **$-1 < w < 0$ (decaying Λ)**
  緩やかなポテンシャルを持つスカラー場（クインテッセンス）．
  位相欠陥のネットワーク（コズミックストリング（$w = -1/3$），ドメインウォール（$w = -2/3$））．
- **$w = -1$**
  宇宙定数．
- **$w < -1$ (growing Λ)**
  重力と non-minimal に結合したスカラー場（拡張されたクインテッセンス）．
  正準的でない運動項を持ったスカラー場．

正の宇宙項が漸近するドジッター時空上でストリング理論は定義できるか，という議論がある．11 次元の M 理論や 10 次元のストリング理論から通常のコンパクト化の手続きによって 4 次元のドジッター時空を実現することは不可能である[11]．また，超重力理論では真空は一般には負の宇宙項を持った反ドジッター解である．一方，スカラー場でダークエネルギーの役割を果たすには一般にはハッブルパラメターと同程度の非常に軽い（$= 10^{-42}$ GeV）質量を考える必要がある．これが輻射補正に対して安定であることを保証しなくてはいけない．これらの議論にはもちろん抜け道はあるが，上にあげたどの可能性も，これまでの理論の枠組みとは違うことを考えなければならないという意味で同程度にエキゾチックである．

4. 宇宙論とダークエネルギー

次に，観測的にダークエネルギーの正体が暴き出せるのか，その可能性を探ってみよう．戦略としては，1) まず，ダークエネルギーが定数か否かを明らかにし，2) その上で，ダークエネルギーの時間依存性（可能ならラグランジアンまで）を決定する．

4.1 宇宙定数か否か

我々の宇宙が落ち着くはずの最大対称空間（「真の真空」）が，ドジッター時空（正の宇宙項）なのかそれともミンコフスキー時空（宇宙項なし）なのか（さらには反ドジッター時空の可能性もある[12]）．理論で縛れないのなら，観測からダークエネルギーの状態方程式 $w = p_X/\rho_X$ が $w = -1$ かそうでないかを決定することが重要である．

宇宙論においては様々な距離の定義があり，用途により使い分けられる．天体の絶対光度と観測される輻射

強度から決まる光度距離 d_L というものがある．超新星で決められる距離はまさにこの距離である．また，天体の広がりを見込む角と天体の広がりから決まる角径距離 d_A というものもよく使われる．光の屈折角が観測量である重力レンズや2次元天球面上の角度パワースペクトルが観測量である宇宙背景輻射で使われる．

第一段階のテーマで観測量としてあがってくるのは以下のものであろう．すべて何らかの方法で，時間の関数としてのハッブルパラメター（ハッブル関数），$H(z)^2/H_0^2 = \Omega_M(1+z)^3 + \Omega_X(1+z)^{3(1+w)}$，を測定するものである．ここで赤方偏移 z はスケール因子 a と $1+z=1/a$ と関係づいている（現在のスケール因子を1に規格化した）．

- Ia 型超新星の magnitude-redshift relation:

$$d_L(z) = (1+z)r(z), \quad r(z) = \int_0^z \frac{dz}{H(z)}.$$

- 重力レンズ：

$$d_A(z) = \frac{d_L(z)}{(1+z)^2}.$$

- 宇宙背景輻射の揺らぎのピークの位置 θ_n（宇宙の晴れ上がりのときの赤方偏移 z_{LSS}, 光子バリオン流体の音速 c_s）：

$$\theta_n \simeq \left(\frac{\eta_{LSS}}{n}\right)(1+z_{LSS})^{-1} d_A(z_{LSS})^{-1},$$
$$\eta_{LSS} = \int_{z_{LSS}}^{\infty} \frac{c_s(z)dz}{H(z)}.$$

- 銀河の number count（銀河数 N, 数密度 n）：

$$dN/d\Omega dz = n(z)dV/d\Omega dz = \frac{n(z)r(z)^2}{(1+z)^3 H(z)}.$$

それぞれについて，様々の現在進行中（SCP, HZT, CLASS, MAP, 2dF, SDSS）あるいは将来（SNAP, Planck, NGST, DEEP）の観測計画があり，今後10年以内にダークエネルギーに関係した宇宙論パラメターに精度のよい情報をもたらしてくれるものと期待される．もちろん，そのためには各々の観測における系統誤差（銀河間の塵の影響，銀河におけるダークマターの分布，銀河の進化効果）の理解が不可欠である．

4.2 $w(z)$

ダークエネルギーが時間変化する（$w=-1$）可能性が出てきたら，次にすべきは状態方程式の時間依存性 $w(z)$ である．この中にダイナミクスの違いを反映したモデルの詳細を決定する情報が含まれているはずである．

ここでは，特に $-1 < w < 0$ の可能性が出てきた場合の第二段階のテーマを考える．それは，「観測データからラグランジアン（この場合はポテンシャル）を直接に決定しよう」，というものである．これは原理的には可能であり[13]，実際上も遂行可能である[14]．

「原理的には」の部分のアイデアは全く簡単で，方程式を観測量を変数にとって書き直せばよい．つまり，平坦な宇宙での以下の二つの式

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3}\left(\rho_M + \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi)\right),$$
$$\dot{H} = -4\pi G(\rho_M + \dot{\phi}^2)$$

を観測量（超新星までの光度距離），$d_L(z)/(1+z) = r(z) = \int_0^z dz/H(z)$，を使って書き直せばよい．結果は，

$$\begin{aligned} 8\pi G V(z) &= \frac{3}{r'^2} + (1+z)\frac{r''}{r'^3} \\ &\quad -3H_0^2\Omega_M\frac{(1+z)^3}{2}, \\ 8\pi G(1+z)^2\frac{\phi'^2}{r'^2} &= -2(1+z)\frac{r''}{r'^3} \\ &\quad -3H_0^2\Omega_M(1+z)^3 \end{aligned}$$

となる．ここで $r' = dr/dz$．したがって，赤方偏移 z を媒介変数としてポテンシャルとスカラー場に関係がついた：$V(z) = V(\phi(z))$．

計画されている超新星観測衛星（SNAP（Supernova/Acceleration Probe））[*4]では年間2000個の赤方偏移が2くらいまでの超新星を3年にわたって観測する予定である（現在の観測数は100個程度）．観測データの飛躍的な増大によりダークエネルギーの証拠をより強固なものにしてくれるであろう．また，観測データからダークエネルギーの正体への手掛りが得られると期待される．

また，ダークエネルギーが時間変化するならそれに付随した（空間的な）ゆらぎもあるはずであり，その効果（揺らぎの値やダークエネルギーの音速[15]）を観測できればダークエネルギーの時間変化することの相補的な証拠となる．

5. ガモフの飛躍

以上，ダークエネルギーをめぐる現状に簡単にふれた．まとめると，

*4） http://snap.lbl.gov

- 現在の観測結果を満たすには，1) 新たな物質を導入するか，2) 重力を変えるか，しかなく，後者の可能性は薄い．
- しかしながら，前者の可能性（ダークエネルギー）には問題が山積みである．
- 近い将来，観測からダークエネルギーの性質（特に状態方程式）に制限をつけられ，宇宙定数か否かが明らかになるであろうと期待される．

ところで，最初のところで，「重力を変更することは難しい」と書いたが，この主張には留保が必要である．そこで言う変更とは正確には局所的な変更のことであり，大域的な変更は想定していない．ガモフのビッグバン理論がなかなか受け入れられなかった理由の一つには現在の宇宙（100 億年）から「最初の 3 分間」への壮大な外挿への心理的抵抗があったからとされている．一方，一般相対論が検証されているスケールは 10^{13} cm である．これをホライズンスケール（$= 10^{28}$ cm）まで外挿するのに抵抗を感じないであろうか．そこで最近になって大域的に重力を変更しようという試みもなされてきている[16]．真空が重力を「感じないように」大域的に重力を変更するのである．ダークエネルギーの導入が，新粒子を導入しそれを実験で確かめるという「湯川・ローレンス型」のアプローチとすれば，この試みは原理から演繹される存在にのみ着目する「アインシュタイン・ディラック型」と言えるかもしれない[17]．新物質を導入するのか，それとも重力を変更するのか，我々は，今その岐路に立たされているのかもしれない．

参考文献

1) P.J.E. Peebles, *Nature* **321** (1986) 27.
2) J.A. Peacock et al., *Nature* **410** (2001) 169; L. Verde et al., *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **335** (2002) 432.
3) P. de Bernardis et al., *Nature* **404** (2000) 955; A.H. Jaffe et al., *Phys. Rev. Lett.* **86** (2001) 3475; C. Pryke et al., *ApJ* **568** (2002) 46.
4) A.G. Riess et al., *AJ* **116** (1998) 1009; S. Perlmutter et al., *ApJ* **517** (1999) 565.
5) C.M. Will, *Theory and experiment in gravitational physics*, (Rev. Ed., Cambridge University Press, Cambridge, 1993).
6) Ya.B. Zel'dovich, *JETP* **6** (1967) 316.
7) S. Weinberg, *Rev. Mod. Phys.* **61** (1989) 1.
8) T. Chiba, gr-qc/0110118; J.P. Uzan, hep-ph/0205340.
9) J.K. Webb et al., *Phys. Rev. Lett.* **87** (2001) 091301.
10) T. Chiba and K. Kohri, *Prog. Theor. Phys.* **107** (2002) 631.
11) J. Maldacena and C. Nunez, *Int. J. Mod. Phys.* **A16** (2001) 822.
12) R. Kallosh and A. Linde, hep-th/0208157.
13) A. Starobinsky, *JETP Lett.* **68** (1998) 757; T. Nakamura and T. Chiba, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **306** (1999) 696.
14) T. Chiba and T. Nakamura, *Phys. Rev.* **D 62** (2000) 121301.
15) T. Chiba, N. Sugiyama, and T. Nakamura, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **301** (1998) 72; J.K. Erickson et al., *Phys. Rev. Lett.* **88** (2002) 121301.
16) G. Dvali et al., hep-th/0202174; N. Arkani-Hamed et al., hep-th/0209227.
17) 佐藤文隆『物理学の世紀』(集英社新書，2000).

（ちば・たけし，京都大学大学院理学研究科）

トピック：ブレーン理論と振動宇宙論

山口 昌英

振動宇宙論，つまり，宇宙には始まりも終わりもなく，永遠に膨張と収縮を繰り返す，という宇宙のシナリオが，最近の超弦理論・M 理論とそれに基づくブレーン理論の発展に触発され，Paul. J. Steinhardt と Neil Turok によって提案された[1]．本稿では，彼らによって提案された振動宇宙論がどのようなものであるかを，インフレーション理論と対比させて，説明していきたいと思う．

振動宇宙論というアイデア自身は新しいものでなく，1930 年頃に，熱心に研究されていたが，当時の理論には 2 つの重大な欠点があった[2]．一つ目は，収縮から膨張に転じる際に，宇宙のエネルギー密度や温度が無限大になってしまい，理論的な予言ができなくなってしまうこと．二つ目はエントロピーに関するものである．エントロピー増大の法則によって，各サイクルごとにエントロピーが貯まっていく．当時考えられていたような，空間が閉じた宇宙では，エントロピーが多ければ多いほど，各サイクルの周期は長くなる．逆に，過去に遡れば遡るほど，エントロピーも少なく，各サイクルの周期は急激に短くなって行く．したがって，有限の時間を遡っただけで，本来ないはずの宇宙の始まりに到達してしまうのである．

このようにして，この理論は，その後ほとんど注目を浴びなくなったが，彼らによって復活の日の目を見ることとなった．まず最初に，新たなシナリオが考え出されるに至った背景について，簡単に説明しよう．M 理論によれば，我々の宇宙の時空の次元は 11 次元である[3]．空間 10 次元のうち，6 次元は，カラビ・ヤウ多様体と呼ばれるものに非常に小さくコンパクト化されており，これからの話では無視することができる．残りの 4 次元は，ブレーンと呼ばれる 2 つの 3 次元空間が，1 次元の線分の両端にのったものになっている．我々が通常観測する粒子は，“visible brane” と呼ばれる一方のブレーン上だけを動くことができる．

このような設定の下，彼らとその共同研究者により，まず，“Ekpyrotic universe”*1) というシナリオが提案された[4]．このシナリオでは，量子的な揺らぎによって作られた，もう一つのブレーンが，ゆっくりと我々のブレーンに近づいてくる．この間，宇宙は収縮する．その後，我々のブレーンと衝突し，運動エネルギーが開放され，高温高密度な状態となって膨張に転じる．

このシナリオでは，現在観測されているような一様等方性・平坦性は，量子的に作られたブレーンが，始めから非常に一様等方で平らなことから説明される．また，後に星や銀河の種となる小さな密度の揺らぎは，宇宙が収縮する間に作られる．これは，宇宙が収縮する割合よりも，ホライズンが収縮する割合のほうが大きくなるためである．一方，インフレーション理論では，宇宙は誕生直後，指数関数的な急激な膨張を経験し，極めて一様等方かつ平らな空間になる．また，この急激な膨張の間に，小さな密度の揺らぎも作られる．

それでは準備が整ったので，彼らによって提案された新しい振動宇宙論を紹介しよう．基本的には，上に述べたようなブレーン同士の衝突を永遠に繰り返す，というものである．今，4 次元空間に 2 つのブレーンが平行にあり，その間の距離を ϕ で表す．ただし，2 つのブレーンが衝突するときが，$\phi=-\infty$ に対応し，ϕ が大きくなるにつれて，どんどん離れて行く．ϕ は図 1 で表されるようなポテンシャルに従って動くとする．

まず，現在の宇宙は大体，図の中の 1 の状態に対応する．超新星等の観測から示唆されているように，現

*1) この名前の由来は，ギリシャ語で大火を意味する “ekpyrosis” という単語から来ている．

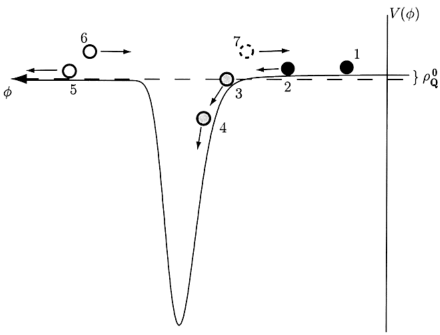


図1　ϕ はブレーン間の距離を表しており，$\phi=-\infty$ がブレーン同士の衝突に対応する．文献 5) より転載．

在の宇宙のエネルギー密度は，非常にわずかな真空のエネルギーによって支配されている[6]．その後，宇宙膨張による摩擦が効かなくなると，2 のようにポテンシャルの坂を落ちて行く．このように，真空のエネルギー（ポテンシャルエネルギー）が支配的な時期が長く続くと，インフレーションと同じように，宇宙は一様等方になり，平坦になる．また，粒子やエントロピーは薄められてなくなり，ほぼ真空状態になる．次に，ポテンシャルエネルギーがほぼ零になると (3)，運動エネルギーが支配的になり，宇宙の膨張はゆっくりしたものになる．さらに転がり，全エネルギーが負になると，宇宙は膨張から収縮に転じる (4)．この収縮時期に，小さな密度の揺らぎが作られる．宇宙が収縮すると，運動エネルギーは増大する．その結果，坂を急速に駆け上がることができ (5)，有限の時間で，ϕ は $-\infty$ に到達し，2 つのブレーンは衝突する．衝突の際に，運動エネルギーが開放され，高温高密度の宇宙ができ，収縮から膨張に転じる．衝突により，2 つのブレーンは離れて行き (6)，元の場所に近づく (7)．宇宙膨張によって，運動エネルギーは急速に減少するので，輻射や物質のエネルギーが優勢な時期が続く．やがて，これらも薄められると，真空のエネルギーが優勢な時代がやってきて，元の状態に戻る (1)．

この新しいシナリオでは，各サイクルごとに全エントロピーは増大していくが，エントロピー密度は変わらないので，周期は同じであり，過去に遡っても宇宙の始まりにたどり着くことはない．また，輻射や物質と ϕ が相互作用しており，ブレーンの衝突の際に，宇宙のエネルギー密度が発散しないようになっている．

以上が大筋であるが，実は，このシナリオは，まだお話の域を出ず，具体的なモデルについては，多くの問題点が指摘されている[7]．しかしながら，インフレーションに取って替わるものを考えてみよう，という点で，世間に与えたインパクトは大きく，今後，更なる研究が待ち望まれる．

参考文献

1) P.J. Steinhardt and N. Turok, *Phys. Rev.* **D 65**, 126003 (2002).
2) R.C. Tolman, *Relativity, Thermodynamics and Cosmology*, (Oxford U. Press, Clarendon, New York, 1927).
3) P. Hořava and E. Witten, *Nucl. Phys.* **B 460**, 506 (1996); **B 475**, 94 (1996).
4) J. Khoury, B.A. Ovrut, P.J. Steinhardt, N. Turok, *Phys. Rev.* **D 64**, 123522 (2002).
5) P.J. Steinhardt and N. Turok, hep-th/0111030; astro-ph/0204479. これらは，著者自身による一般の人向けの解説であり，より詳しく知りたい方には，読むことを薦める．
6) S. Perlmutter et al., *Astrophys. J.* **517**, 565 (1999); A.G. Riess et al., *Astron. J.* **116**, 1009 (1998).
7) 例えば，A. Linde, hep-th/0107176; hep-th/0205259.

（やまぐち・まさひで，東京大学ビッグバン宇宙国際研究センター，ブラウン大）

インフレーション宇宙論



横山　順一

1. 生涯最大の失敗

物理法則として重力の性質をはじめて明らかにしたのは，ニュートンによる逆自乗則の発見ですが，これは現在もなお日常生活に関わる部分に関しては，まずもって正しいと考えてよいものです．しかし，重力が非常に強いような状況や宇宙全体を考慮するような場合には，この法則だけでは不十分で，1915年に提唱されたアインシュタインの一般相対性理論を用いなければなりません．ニュートンの理論においては，空間は物質世界の単なる容れ物であって，そこにどんな物質が存在しようとも時間や空間の在り方は永劫不変なものでした．然るに一般相対性理論では，物質やエネルギーは時間や空間の在り方と不可分であり，事実一般相対性理論において重力を記述するアインシュタイン方程式は，

$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} \qquad (1)$$

と書け，これはエネルギー・運動量を表す $T_{\mu\nu}$ がニュートンの重力定数 G を介して時空間の曲がり具合 $G_{\mu\nu}$ を決める，という形になっています（c は光速）．

このような特質を持つ一般相対性理論を提唱した直後に，アインシュタインはこれを宇宙全体に応用し，解を求めようとしました．アインシュタインは当時の多くの人びと同様，宇宙というのは永劫不変で全体としては変化しない静的なものであると考えていたため，そのような状態にある解を求めようとしたのでした．しかしながら，一般相対性理論の上述のような性質のために，静的な解を実現しようとしても，宇宙に多数存在する銀河等の万有引力に引きずられてそのままでは宇宙は収縮・崩壊してしまうことがわかりました．そこでそれを避けるために，アインシュタインは，空間そのものに物質の引力を打ち消すだけの斥力があればよいと気づき，そのような性質を持つ宇宙項 Λ と呼ばれる新しい項を，アインシュタイン方程式の中に導入したのです．そしてこの空間の斥力が物質の万有引力と釣り合うことによって静的な宇宙が実現しているのだと考えたのです．

しかし，ちょっと考えればすぐにわかるように，このような宇宙の解はたいへん不安定なものであり，現実的には実現できません．すなわち，完全な釣り合いの状態より少しでも銀河密度が大きかったとすると，これらに働く万有引力が宇宙項の斥力に打ち勝ち，宇宙は収縮をはじめることになりますが，すると更に銀河密度が大きくなり，これはネガティブ・フィードバックが働くということですから，宇宙は更に収縮を続け，崩壊してしまうことになります．反面，銀河密度が釣り合いの値より少しでも小さいと，宇宙項によって宇宙は膨張をはじめ，今度はさらに銀河密度が減り続けることになるので，結局最終的には宇宙項だけが宇宙の主要な構成要素となり，それによって指数関数的に膨張する宇宙になってしまうのです．つまり，アインシュタインの宇宙というのは，木琴の撥の棒の下端を下に，錘を上にして鉛直に立てようとしたのと同じようなものであり，ちょっとでも釣り合いの位置からずれると，加速的に倒れてしまうのです．机の上に撥をそうやって立てることなど現実にはできないこと，そして至る所宇宙の物質密度を一様にしてその万有引力と宇宙項に完全な釣り合いを実現することなどできないこと，を考えればアインシュタインの宇宙モデルは明らかに失敗であったと言わざるを得ません．

しかし，これは重力の振舞いを表す基礎物理学としての一般相対性理論が間違っている，ということを意味するのではなく，間違っていたのは，むしろ「宇宙は永劫不変であり，静的である」という漠然とした期

待あるいは偏見のほうだったのです．しかしそのことが判明するには，1929 年のハッブルによる宇宙膨張の発見を待たねばなりませんでした．実は，それ以前にロシアのフリードマンはアインシュタイン方程式を，宇宙項を導入せずに解き，膨張宇宙の解があることを発見していたのですが，アインシュタインはこれを当時とても，嫌っていたようです．しかしさしものアインシュタインも歴然とした観測事実の前には，静的宇宙を目指した宇宙項の導入は「生涯最大の失敗であった」と言わざるを得なかったのです．

2. 古典ビッグバン宇宙

こうして，宇宙空間というものは永劫不変なものではなく，それ自体時間的に変化していく存在であることが示唆されたわけです．現在膨張を続けているということは，時間を過去に遡ると宇宙は小さくなっていくということを意味します．すると，昔へ遡れば遡るほど，物質の密度も温度も高くなることが期待されます．温度が高くなるにつれて，熱運動のエネルギーが分子や原子の結合エネルギーを上回るようになるため，分子は原子に，そして原子は陽子や中性子に分解してしまいます．

逆に宇宙の進化を過去から現在に向かって辿ると，はじめ物質は陽子や中性子として存在し，宇宙が膨張，冷却するにつれていろいろな核反応が起こり，ヘリウムなどの元素や分子が生成したことになります．ジョージ・ガモフはこうして水素 70%，ヘリウム 24%等で構成される現在の宇宙が実現した，と考えました．そして元素の組成が観測に一致するためには，現在の宇宙は温度数度 K（K：ケルビンは絶対温度の単位）の輻射で満たされていると予言しました．1948 年のことでした．このように宇宙を一様に満たす輻射を背景輻射と言います．

ガモフの考えに従えば，宇宙ははじめ極めて小さく，火の玉のように熱い存在であったことになりますが，そのような小さなものから現在の巨大な宇宙ができたとは，多くの人にとってとても受け入れられない考えでした．ハッブルの宇宙膨張の観測が出た後も，定常的な宇宙像に固執した人もたくさんいました．

しかし，1965 年にアメリカのベル研究所のペンジアスとウィルソンによってガモフが予言した熱い宇宙の名残の 2.7 K の黒体輻射を発見したことによって，定常宇宙論は廃れ，ビッグバン宇宙論が標準理論の地位を確立しました．ここで黒体輻射とは，熱平衡状態にある物体から出される光などの放射のことであり，この観測事実は宇宙がかつて熱平衡状態にあったことを示唆しています．宇宙の温度と大きさは反比例関係にあるため，現在の 2.7 K から出発して膨張宇宙を過去に遡ると，宇宙の温度はどんどん高くなります．大きさが現在の千分の一程度であった頃の宇宙の温度は数千 K ということになりますが，このように高温の状況では，宇宙に最もたくさん存在する元素である水素の原子はイオン化して，陽子と電子に分解します．すると光を担う光子はこれらによって盛んに散乱され，エネルギーのやりとりを活発に行いますので，熱平衡状態が実現していることになります．これによって黒体輻射のエネルギー分布が実現するのです．宇宙膨張とともに温度が下がって原子核が電子と結合して電気的に中性な水素原子になると，もはや光子は周りの物質とは散乱しなくなるので，温度は下がっても黒体輻射の分布を保ったまま，まっすぐに運動することになります．これ以降の宇宙は光の伝播を妨げないため，このときを「宇宙の晴れ上がり」と呼びます．したがって現在 2.7 K 宇宙黒体輻射を観測するということは，宇宙が晴れ上がった頃の昔の宇宙を直接見ることになるわけです．曇りの日には太陽光線が雲によって散乱されてしまい，太陽を直接見ることができませんが，晴れの日には遠くの太陽から約八分前に出た光がじかに見えるのと同じことです．

このように宇宙黒体輻射は初期宇宙の情報を直接伝えるものとして極めて重要なため，多くの観測的研究がなされております．とりわけ宇宙の各方向から来る黒体輻射の温度分布が重要で，まず 4 桁の精度での観測ではどの方向から来る輻射の温度も一定であることがわかり，これはすでに晴れ上がり当時の宇宙が現在観測可能な現在の地平線スケールに亘ってほぼ一様・等方的であったことを示しています．当時の宇宙の地平線は現在より遙かに小さかったので，これはたいへん不思議なことであり，これを地平線問題と言います．一方――これは 1990 年代になってはじめて可能になったことですが――更に精度を上げた観測をすると，5 桁目にはさまざまな角度スケールに亘って温度の非等方性，すなわち温度揺らぎが観測されています．これらは後に述べるように，インフレーション理論の予言を検証し，どのようなモデルがよいか判断する手がかりも与えてくれる重要なものです．

2.7 K の宇宙背景輻射の等方性から，宇宙は全体と

してはよい精度で一様・等方であることがわかりますが，このような宇宙の時空構造はわずか二つの量で記述でき，時空の計量は，

$$ds^2 = -c^2dt^2 + a^2(t) \times \left[\frac{dr^2}{1-Kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2)\right], \quad K = 0, \pm 1 \tag{2}$$

と書けます．$a(t)$ はスケールファクターと呼ばれる時間の関数で，単位座標隔たった 2 点の物理的な距離が宇宙膨張とともにどれだけ広がっていくか，という係数を表すものです．もう一つは宇宙空間の曲がり具合，すなわち曲率の符号を表す自由度 K です．曲率が正であると空間は球面のように閉じていることになります．曲率がちょうどゼロになるのが，おなじみのユークリッド幾何が成り立つ平坦な空間の場合で，曲率が負だと空間はイメージとしては鞍型になります．この二つの場合は空間は無限の大きさを持ちます．閉じた宇宙は現在は膨張していても，いずれ収縮に転じて崩壊しますが，平坦な宇宙や開いた宇宙は永遠に膨張を続けます．

古典ビッグバン宇宙論とはつまるところ，宇宙というのは，はじめビッグバンという大爆発を起こした高温高密度の状態から出発し，それが爆発の余波で膨張，冷却するにつれて元素や星や銀河などのいろいろな階層構造を生み出しながら進化してきたのだ，という考え方です．宇宙の標準モデルの地位を確立したのは，一見何の関係もない三つの観測事実を見事に融合させ，統一的な宇宙描像を作り上げることができたからです．その一つは言うまでもなく，ハッブルの宇宙膨張の法則です．もう一つは 2.7 K 宇宙背景輻射の存在です．これによって宇宙膨張を遡ると，昔の宇宙は高温・高密度であったことが示唆されるわけですが，これを利用して，宇宙が生まれて間もない頃に陽子と中性子を原料としてヘリウムなどの軽元素が合成されたと考えることができ，各軽元素の存在量もバリオン・光子数比の関数として理論的に計算されました．そしてバリオン・光子数比の値を十億分の一程度にとりさえすれば，その予言値が観測とピタリと一致したわけです．すなわち，ハッブルの宇宙膨張の法則，2.7 K 宇宙背景輻射，そしてヘリウム等の軽元素の存在量，という三つの観測的事実を統一的に説明できたことがビッグバン理論の三大功績なのです．

これはまことにすばらしいことですが，どれくらい過去まで遡ることができるのだろうか，という疑問は誰しも自然に持つものです．宇宙膨張をどんどん遡ると宇宙はついに一点に収縮して，物理法則をうまく適用できない特異点に突き当たってしまいます．しかしその前に，宇宙の大きさがあまりにも小さくなると，重力の量子的効果が重要になり，宇宙それ自体を量子論的に扱わなければならなくなります．このときの宇宙の大きさは重力定数 G，光速度 c やプランク定数 $\hbar$ によって決まるので，プランクスケールと呼ばれます．プランク長さ，プランク時間，プランクエネルギーをそれぞれ書いておくと，以下のようになります．

$$l_{\mathrm{Pl}} = (\hbar G/c^3)^{1/2} = 1.6 \times 10^{-33}\mathrm{cm}, \tag{3}$$

$$t_{\mathrm{Pl}} = (\hbar G/c^5)^{1/2} = 5.4 \times 10^{-44}\mathrm{sec}, \tag{4}$$

$$M_{\mathrm{Pl}} = (\hbar c^5/G)^{1/2} = 1.2 \times 10^{19}\mathrm{GeV}. \tag{5}$$

さて，このような基礎物理定数だけで宇宙のはじまりが記述できたと考え，プランク時刻に大きさプランク長さ，温度プランクエネルギーの宇宙が生成し，膨張・冷却して現在に至ったとしてみましょう．現在の宇宙の温度 2.7 K は GeV 単位で言うと 2.3×10^{-13}GeV になります．宇宙の進化の過程で輻射生成が全く起こらず，断熱的な膨張を続けてきたとすると，宇宙の大きさは温度に反比例して大きくなりますから，温度がプランクエネルギーから 2.7 K まで下がると，5.2×10^{31} 倍になりますが，プランク長さからはじめた現在の宇宙の大きさはわずか 1 ミリメートル程度ということになってしまいます！ 現在の宇宙の大きさは少なくとも百数十億光年，すなわち 10^{28}cm 以上はありますから，このような単純な宇宙進化の描像は 30 桁近い乖離をもたらしてしまったことになります．したがって，宇宙が創生以来緩やかな断熱膨張を続けて現在に至ったという考え方ではダメであり，輻射生成を伴う何らかの相転移が宇宙の進化の途次に起こったと考える必要が出てきます．

輻射や冷たい物質に支配されて緩やかな断熱膨張を続ける宇宙のもう一つの問題は，アインシュタイン方程式をフリードマン宇宙において書いた次の方程式 (以下 $c = \hbar = 1$ の自然単位を用いることにします)，

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{K}{a^2} = \frac{8\pi G}{3}\rho + \frac{\Lambda}{3} \tag{6}$$

において左辺第二項の曲率項は宇宙が膨張しても a^{-2} に比例して小さくなるだけですが，右辺のエネルギー項は (もともと小さい宇宙項の寄与を別にすると)，冷

たい物質優勢の場合 a^{-3} で，初期宇宙の輻射優勢の場合は a^{-4} で変化するため，時間が経つにつれて相対的に曲率項がエネルギー項に比べて大きくなっていきます．しかし，観測的には現在曲率項はエネルギー項の 10 倍よりは小さいことが知られています．ということは，スケールファクターが現在の $1/(5.2 \times 10^{31})$ であったプランク時刻すなわち宇宙創生時には，曲率項はエネルギー項よりも何十桁も小さかったということになるのです．換言すると，プランク時の宇宙の曲率半径は，プランク長さよりも 30 桁以上大きくないと現在のような宇宙にはなれないのです．これを平坦性問題と言います．

上に述べたようにガモフのビッグバン宇宙論はたいへん優れた宇宙モデルでしたが，地平線問題，平坦性問題という深刻な問題を持ち，さらに——これはいわば地平線問題の裏返しの問題とも言えますが——銀河や銀河団等の大規模構造の種になった初期密度揺らぎがどのように生成したか，という問題もあります．

3. インフレーション宇宙論

上に述べたように，宇宙はその進化の途次に輻射生成を伴う何らかの相転移を経験したことが示唆されますが，素粒子の統一理論を初期宇宙に応用することにより，実際にそのようなことが起こり得ることを示したのは，我が国の佐藤勝彦と米国のグースでした[1]．インフレーション宇宙論の登場です．彼らは大統一理論におけるヒッグス場が熱浴中で温度の低下とともに相転移を起こすことを宇宙初期に適用すると，偽真空のポテンシャルエネルギーが支配的になる過冷却状態が起こることを示したのです．するとフリードマン方程式のエネルギー項は大きな真空のエネルギー，すなわち宇宙項によって支配され，指数関数的膨張が実現します．その際宇宙の地平線も指数関数的に広がると同時に (6) の曲率項は急激に減少するため，実質的に平坦な空間が実現します．すなわち，地平線問題と平坦性問題が同時に解決可能になるのです．アインシュタインが悔やんだ宇宙項が初期宇宙では非常に大きな役割を果たすのです．しかしもちろん，宇宙項の支配する時代が永遠に続いたのでは私たちの住めるような宇宙は実現できません．この理論では，相転移の進行に伴って宇宙項ゼロの真空泡が生成し，それが衝突しあうことによって，偽真空のエネルギーすなわち潜熱が輻射に解放されれば，輻射生成が起こり，ビッグバン宇宙の初期状態に移行することができるようになります．けれども残念ながら，一次相転移モデルでは相転移を上手く終わらせることができず，私たちの住んでいるような一様等方宇宙を実現することができませんでした．

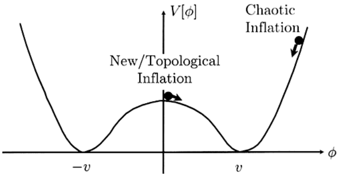


図 1　インフレーションを起こすスカラー場のポテンシャル．

次に世に出たのがニューインフレーションモデルで，これは最初の理論が出た翌年に，ロシアのリンデとアメリカのアルブレヒト・シュタインハートによって提唱されたモデルです[2]．

ヒッグス場のポテンシャルをうまく選んでやると，図 1 の原点付近のようにごく平坦に近い領域が存在することができます．このような理論では，はじめ初期宇宙の高温効果によって原点付近にトラップされていたヒッグス場は，宇宙の温度が下がってきてポテンシャルの高温補正がなくなると，すぐに相転移をはじめます．しかし，ヒッグス場が原点付近から，ポテンシャルエネルギーが最小になる点にすぐに落ちるわけではありません．ポテンシャルは原点付近では非常に緩やかな勾配しか持っていないので，ヒッグス場はゆっくりと時間をかけて最小点へと向かうのです．したがってこの間にポテンシャルエネルギーが宇宙のエネルギー密度に対して支配的な寄与をするようになります．このポテンシャルエネルギーはヒッグス場が多少動いても値はほとんど変わりませんから，前と同じような指数関数的膨張が実現します．

ヒッグス場が最小点付近まで来ると，ポテンシャルの勾配がきつくなるので，ポテンシャルエネルギーは急速に減少し，インフレーションは終わるわけです．このモデルでは泡の衝突によってインフレーションが終わるわけではないので，最初のモデルが持っていたような問題点は回避されます．インフレーションは相転移がはじまってから起こるので，比喩的に言えば私たちの宇宙はその全体が一つの泡の中にスッポリと含まれてしまっていることになるのです．

しかしこのモデルには初期条件の設定に困難があります．宇宙の進化を現在から過去に向かって時間を遡っ

ていけば，確かに宇宙の温度はどんどん上がっていき，ついにはヒッグス場の相転移が起こり得るような高温状態に辿り着きますが，しかし，もちろん時間は過去から未来に向かって進むものです．量子揺らぎに支配されたプランク時刻から出発して正の向きに時間発展を辿ると，残念ながら大統一理論の時代にはまだ温度変化による相転移が起こるような熱的状態は実現していないのです．むしろヒッグス場は場所毎に異なる値を持ったランダムな分布をしていると考えられます．

このことを逆に利用して自然な初期条件の下でインフレーションが起こることを示したのがリンデのカオティックインフレーションモデルで，プランク時代の宇宙は大きな量子的揺らぎを持っているから，スカラー場の値も各小領域毎にランダムな値をとり，中にはプランクスケールより大きな値を持つ領域も自然に存在する，という推論に基づいています．このような状況ではスカラー場はごくゆっくりとしか変化せず，そのエネルギーもなかなか減らないため，宇宙膨張率は時間が経ってもほとんど減りません．したがってインフレーション的な膨張がいとも簡単に実現します．場の値がだんだん小さくなって原点に近づくと，その変化は速くなるため，インフレーションは終わります．そしてニューインフレーションの終わりと同じように，スカラー場はポテンシャルの最小点の周りを激しく振動しはじめます．その後場のエネルギーが輻射に解放されるため，ビッグバン宇宙のはじめに仮定されたような熱い火の玉の状態が物理的に実現します[3]．

このようにスカラー場がランダムな初期値をとるような状況では，場の符号も場所によって正になったり負になったりしますが，両者の境界には当然場の値がゼロになる領域ができます．それが十分広ければ，そこはニューインフレーションが必要としていた初期条件を満たしていることになるので，そこでインフレーションが起こります．このようなインフレーションは真空の位相的構造によって実現するので，トポロジカルインフレーションと呼ばれています[4]．

いずれの場合もインフレーション宇宙のダイナミクスというのは非常に単純で，フリードマン方程式 (6) のエネルギー項にインフレーションを起こすスカラー場のエネルギー密度を代入し，スカラー場の運動方程式とともに解けばよいのです．これを書き下すと

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = H^2 = \frac{8\pi}{3M_{\rm Pl}^2}\rho_\phi, \quad \rho_\phi = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V[\phi], \tag{7}$$

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V'[\phi] = 0 \tag{8}$$

となります．なお，いったんインフレーションがはじまれば急速に宇宙は一様・等方，平坦化されるため，平坦な一様等方時空で考えれば十分なことを用いました．ニューインフレーションのように勾配の緩やかなポテンシャルを与えれば，場の進化が緩やかでポテンシャルエネルギー優勢となりインフレーションが起こること，またカオティックインフレーションのようにスカラー場の値が $M_{\rm Pl}$ よりずっと大きいと，スカラー場の方程式の第二項の摩擦項が効いて場の進化が妨げられ，やはりインフレーションが起こることが見て取れます．これらの状況で，上式の 2 階時間微分項と 1 階時間微分の自乗項を無視して解いてみて，インフレーション的膨張を起こす無矛盾な解が得られることを確かめてみて下さい．

これ以外に，スカラー場を 2 種類以上導入し，一方のスカラー場のダイナミクスによってニューインフレーションの熱的相転移と似た状況を作り出し，やはりその偽真空のエネルギーによってインフレーションを起こそうという，ハイブリッドインフレーションと呼ばれているモデルもあります[5]．

こうして，スカラー場の初期条件に対する考え方とそのダイナミクスに応じ，ニュー，カオティック，トポロジカル，ハイブリッド，とさまざまなモデルが存在することがわかります．しかしもちろん，初期宇宙の進化は高エネルギー物理，素粒子論によって記述されるべきものですから，これらに対応する素粒子モデルをきちんと構築しなければ，絵に描いた餅にすぎません．インフレーションは，素粒子の標準理論よりは遙かに高いエネルギースケールで起きたと考えられる現象であり，また後述の密度揺らぎの振幅が観測と一致するためには，スカラー場はごく平坦なポテンシャルを持たねばなりませんから，そのためには，超対称理論そして超重力理論を用いることが要請されます．実際，このような観点から多数の素粒子論的モデルが提唱されています．これをここで網羅するのは到底不可能ですが，ロシア人の共同研究者に倣って，我が同胞の文献だけいくつか挙げておきましょう[6]．それでもこれらで上に挙げたすべての機構が網羅されます．なお，こうした素粒子論に出てくるスカラー場によってインフレーションを起こすモデルのほかに，アインシュタインの重力理論に量子補正を加えるなどして，重力の作用だけでインフレーションを起こすモデルも

提唱されています．これらもインフレーションを起こすメカニズムとしては，カオティック型，トポロジカル型に分類することができます[7]．

4. インフレーション理論の予言

それではこれらのメカニズムのうちのどれが実際に正しかったのか，検証することができるかどうか，次に検討してみましょう．

宇宙の大域的な一様・等方性，平坦性を実現するという点ではこれらのモデルはすべて共通であり，それはいずれも (7) と (8) で記述できるということからもわかります．しかし実際の宇宙の進化は古典的な方程式であるこれらの式によって完全に記述されるわけではありません．インフレーションを起こすスカラー場はあくまでも量子場であって，その量子論的な効果を取り入れる必要があります．すると，ϕ の進化は至る所 (8) の古典解 $\phi_{cl}(t)$ を辿るのではなく，量子揺らぎ $\delta\phi(\boldsymbol{x},t)$ によって場所毎に少しずつ異なる値 $\phi(\boldsymbol{x},t)=\phi_{cl}(t)+\delta\phi(\boldsymbol{x},t)$ をとることになります．これは，$\delta t(\boldsymbol{x},t)=\delta\phi(\boldsymbol{x},t)/\dot{\phi}_{cl}(t)$ という量を定義すると，一次摂動の範囲では $\phi(\boldsymbol{x},t)=\phi_{cl}(t+\delta t(\boldsymbol{x},t))$ と書き換えることができます．つまり量子揺らぎによってインフレーションが早く終わる所と遅くまでかかる所が出てくるのです．これはもちろん時空の計量にも影響し，インフレーションによって実現するのは (2) で $K=0$ とした時空ではなく，

$$\begin{aligned} ds^2 &= -dt^2 + a^2(t+\delta t(\boldsymbol{x},t))d\boldsymbol{x}^2 \\ &\cong -dt^2+a^2(t)(1+2H\delta t(\boldsymbol{x},t))d\boldsymbol{x}^2 \qquad (9) \end{aligned}$$

というものであることがわかります．すなわちこの宇宙は完全には一様・等方ではなく，曲率揺らぎ $H\delta t(\boldsymbol{x},t)$ を含んでいるのです．これはたいへん結構なことで，これによって観測されている宇宙背景輻射の揺らぎや銀河等の階層構造の種となる密度揺らぎが与えられる，と考えることができるのです．しかし温度揺らぎの 10^{-5} という値を再現する素粒子論的モデルを作るのはなかなかたいへんで，これをいかに自然に実現するかがこの分野の研究者の腕の見せ所となっています．インフレーション中の量子場の理論によると，宇宙膨張時間 H^{-1} あたり初期波長 H^{-1}，振幅 $\delta\phi=H/(2\pi)$ 程度の揺らぎが次々とランダムに生成することが知られているので，観測される曲率揺らぎは

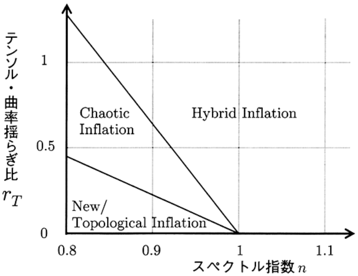


図 2　さまざまなインフレーションモデルのスペクトル指数，テンソル・曲率揺らぎ比の予言．

$$H\delta t \cong \frac{H^2}{2\pi|\dot{\phi}_{cl}|} \qquad (10)$$

程度であるということがわかります．但し右辺は今注目しているスケールがインフレーション中に波長 H^{-1} 程度であった時刻において求めるものとします．インフレーション中は H も $\dot{\phi}_{cl}$ もごく緩やかにしか変化しませんから，結果としてこの曲率揺らぎはスケールによらず，ほぼ一定になります．これをスケール不変揺らぎと言います．しかしそれでもごくわずかの変動はあるので，それが上述のさまざまなインフレーションモデルを峻別する手がかりを与えてくれることになります．揺らぎのスペクトルの波数による対数微分をスペクトル指数 n と言いますが，歴史的な理由で完全にスケール不変な揺らぎを $n = 1$ となるように定義します．つまりインフレーションは通常 n が 1 にほぼ等しい揺らぎを予言するわけです[8]．

このような曲率揺らぎに加えて，インフレーション中には同じような量子論的起源のテンソル揺らぎ，すなわち重力波も生成します[9]．こうした重力波は背景輻射の非等方性を生成することになる反面，構造形成の種にはならないので背景輻射の非等方性にどれくらいテンソル起源のものが混ざっているか，ということはその後の宇宙の進化に影響してきます．また，生成するテンソル揺らぎと曲率揺らぎの比 r_T はインフレーションのモデルによって変わってくることになります．そして，r_T と n の値から，どのようなインフレーションモデルがよいか，図 2 のように見当をつけることができます[10]．

しかし，詳細に見ていくと，生成する曲率揺らぎのスペクトルは，単にスペクトル指数だけで特徴づけられるのではなく，ポテンシャルの形によってさまざまな微細構造を持ってくることになります．とくに MAP 衛星や PLANCK 衛星によって宇宙背景輻射の非等方性のスペクトルが詳細に観測されるようになれば，インフレーション時に生成するスペクトルの微細構造までわかることになるはずです．そのような観点から，私たちは現在，背景輻射の非等方性から初期宇宙の曲率揺らぎのスペクトルを再構成する研究に取り組み，それが可能であることを示しております[11]．実際に観測データが得られた暁には，インフレーションの具体的な超重力モデルまで迫ることができるようになるかもしれません．

思えばインフレーション宇宙論が提唱されて二十余年．ようやくその具体的なモデルを天文学的な観測によって検証できるようになりつつあるのです．それはまた，「望遠鏡によって素粒子の世界を見る」ということでもあるのです．

参考文献

1) K. Sato, *Mon. Not. R. astr. Soc.* **195**, 467 (1981); A.H. Guth, *Phys. Rev.* **D23**, 347 (1981).
2) A.D. Linde, *Phys. Lett.* **108B**, 389 (1982); A. Albrecht and P.J. Steinhardt, *Phys. Rev. Lett.* **48**, 1220 (1982).
3) A.D. Linde, *Phys. Lett.* **129B**, 177 (1983).
4) A. Vilenkin, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 3137 (1994); A.D. Linde, *Phys. Lett.* **327B**, 208 (1994).
5) A.D. Linde, *Phys. Rev.* **D49**, 748 (1994).
6) H. Murayama, H. Suzuki, T. Yangagida, and J. Yokoyama, *Phys. Rev.* **D50**,2356 (1994); Izawa K.-I., M. Kawasaki, and T. Yanagida *Phys. Lett.* **411B**, 249 (1997); M. Kawasaki, M. Yamaguchi, and T. Yanagida, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 3572 (2000); M. Kawasaki, N. Sakai, M. Yamaguchi, and T. Yanagida, *Phys. Rev.* **D62**, 123507, (2000); M. Yamaguchi and J. Yokoyama, *Phys. Rev.* **D63**, 043506, (2001).
7) A.A. Starobinsky, *Phys. Lett.* **91B**, 99 (1980); J. Ellis, N. Kaloper, K.A. Olive, and J. Yokoyama, *Phys. Rev.* **D59**, 103503 (1999).
8) S.W. Hawking, *Phys. Lett.* **115B**, 295 (1982); A.A. Starobinsky, *Phys. Lett.* **117B**, 175 (1982); A.H. Guth and S-Y. Pi, *Phys. Rev. Lett.* **49**, 1110 (1982).
9) V.A. Rubakov, M.V. Sazhin, and A.V. Veryaskin, *Phys. Lett.* **115B**, 189 (1982).
10) W.H. Kinney, *Phys. Rev.* **D58**, 123506, (1998).
11) M. Matsumiya, M. Sasaki, and J. Yokoyama, *Phys. Rev.* **D65**, 083007 (2002).

（よこやま・じゅんいち，大阪大学大学院理学研究科）

暗黒物質の正体に迫る



北山　哲

1. はじめに

宇宙がどのような物質から成り立っているのかを明らかにすることは，自然科学の最も基本的な課題と言えるだろう．少なくとも，我々の身体や地球上の物質については，その大部分が陽子や中性子，電子といった素姓の知れた粒子の組合せでできていることは疑いない．しかし，ひとたび目を天の川やその先の宇宙に向けると，実に不可思議な物質が満ち溢れているらしいことが明らかになっている．この物質は，可視光をはじめとした電磁波では直接観測できないが，質量を持って重力源としては働くため，「暗黒物質」あるいは「ダークマター」と呼ばれている．暗黒物質の存在は，宇宙の進化や銀河の形成に多大な影響を与えたと考えられるが，その実体は現在の宇宙物理学における最大の謎である．

本稿では，この暗黒物質について，何が，どのような根拠によってわかっているのか，今後いかなる展望があるのか，について解説を試みる．暗黒物質と宇宙物理学，素粒子物理学の関連については，優れた解説書[1)]が既に存在するので，ここでは特にそれ以降の進展に焦点を充てたい．

2. 暗黒物質はどこにあるのか？

現在我々が手にしている観測機器の大半は，宇宙からやってくる電磁波を捕えるためのもので，天体や星間物質の質量を測定するのは，一般に難しい．実際にこれを行う手段は，i) 物質が放射した電磁波強度からの推定，ii) 物質の運動からの算出，iii) 物質の質量が光子に与えた影響の検出（重力レンズ効果），に大別される．元々は i) と ii) の食い違いが暗黒物質問題のきっかけとなったが，最近はさらに iii) が ii) を補強する形で食い違いを際立たせている．以下では，まず，これらの方法によって，どれだけの量の暗黒物質がどこに存在すると考えられるのかを見てみよう．

2.1 銀河

宇宙に存在する物質のうち，可視光で輝く星は銀河に集中している．しかし，そのような星は，実は銀河の総質量のごく一部でしかないことが示されている．

銀河はその形状によって，渦巻銀河，楕円銀河，不規則銀河などに分類される．このうち，我々の天の川のような渦巻銀河の質量を求める際に用いられるのは，銀河の回転速度による方法である．渦巻銀河は，星やガスが円盤状に回転することで重力に対して支えられているので，円盤の回転速度 V_c からその内側に存在する力学的質量 M が求められる．銀河中心からの距離を r とすると，重力と遠心力のつりあいより，次式が成り立つ．

$$V_c^2 = \eta \frac{GM}{r}. \qquad (1)$$

ここで，G は重力定数であり，η は球対称からのずれを表す係数でオーダー 1 の値をとる．

回転速度は，渦巻を構成する星やガスから放射される電磁波を分光し，そこに現れる輝線や吸収線のドップラー効果を測定することで求まる．中性水素ガスの 21 cm 線（水素原子の超微細構造準位間の遷移による輝線）を電波で捕える方法が最も一般的である．ガスは星よりも拡がって分布しているため，この方法では星のほとんど存在しない，銀河の外側までの質量が測定できる．もし銀河質量の大半が星であるとすると，銀河の外側では式 (1) の M は一定となるため，V_c は $r^{-1/2}$ に比例して減少すると期待される．しかし，実際に観測された回転速度は，可視光で輝く銀河面の大

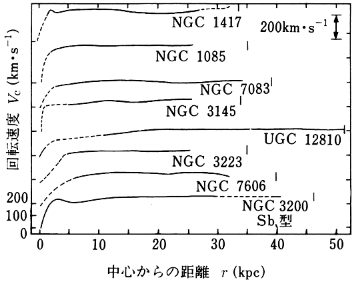


図 1　様々な渦巻銀河の回転速度．外層部までほぼ一定である（池内　了『宇宙と自然界の成立ちを探る』サイエンス社 (1995); V.C. Rubin, N. Thonnard, W.K. Ford and D. Burstein, *Astrophys. J.* **261**, 439 (1982)）．

きさの数倍程度までほぼ一定であり，M が r にほぼ比例して増加し続けることを示している（図 1）．21 cm 線で観測可能な領域内の力学的質量は，星とガスの総質量の数倍から 20 倍程度にのぼり，一般に暗い銀河ほど，暗黒物質の割合が大きい[2]．

一方，楕円銀河はほとんど回転をしていない系であり，星はランダムに飛び回ることによって，重力とのつりあいを保っている．したがって，原理的には星の運動から楕円銀河の質量を求めることができるが，実際に観測でこれが可能なのは銀河のごく中心部のみである．幸い楕円銀河には，星や球状星団の他に，温度 10^7K 程度のガスが付随して X 線で輝いているので，このような高温ガスを捕えておくことのできる重力の大きさから質量が評価できる．球対称の近似の下で，力学平衡の式は，

$$\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dr} = -\frac{GM}{r^2} \tag{2}$$

となる．ここで，ρ はガス密度，p は圧力である．左辺は，X 線のスペクトルからガスの温度と組成，強度から密度を求めることによって決まる．この結果求められた総質量は，星とガスを合わせた質量の 5〜10 倍になる[3]．

2.2 銀河団

銀河が 100〜1000 個程度集まってつくられる銀河団も，暗黒物質の存在に対して，強い証拠を与えている．それは，少なくとも三つの独立な方法に基づいている．

まず第一は，前述した楕円銀河と同様，X 線観測を使う方法である．銀河団にも温度 10^7〜10^8 K のガス

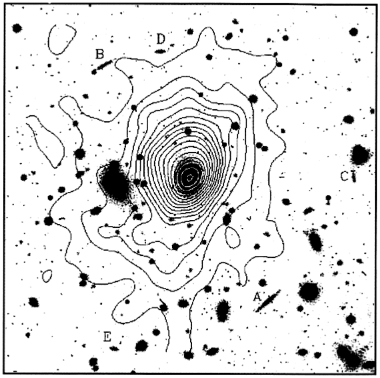


図 2　銀河団 RX J1347-1145 の姿[4]．X 線で輝く高温ガスの分布（等高線）と，可視光での銀河の像（黒点）が重ねてある．A–E は，この銀河団の重力場により重力レンズ効果を受けた遠方銀河の像．一辺は約 $300h^{-1}$ kpc (S. Schindler 氏より提供)．

が付随し，X 線で輝いている．興味深いことに，高温ガスの量は銀河の総和の 5 倍以上にもなるので，銀河団は単なる銀河の集団と言うよりもむしろ巨大なガスの塊と言うことができる．この高温ガスに対し，球対称，力学平衡を仮定すると，式 (2) が適用できる．例えば，全天で最も X 線光度の大きな銀河団 RX J1347-1145（図 2）に対しては，最新の衛星観測より，半径 $380h^{-1}$ kpc 以内の総質量が

$$M_X = (4.5 \pm 1.5) \times 10^{14} h^{-1} M_\odot \tag{3}$$

と求められている[5)*1)]．ここで，ハッブル定数 h に対する最近の測定値は，

$$h = \frac{H_0}{100\,\mathrm{km\,s^{-1}\,Mpc^{-1}}} = 0.72 \pm 0.08 \tag{4}$$

である[6]．式 (3) の値は，電磁波で輝く高温ガスと銀河を合わせた質量の約 6 倍であり，誤差を考慮してもその差を埋めることは難しい．同様の方法によって，現在までに 100 に及ぶ銀河団の質量が求められているが，そのすべてにおいて暗黒物質の存在が支持されている[7]．

第二は，銀河団中をランダム運動する銀河の速度分

*1)　$1\,\mathrm{pc} = 3.09 \times 10^{18}$ cm, $1\,\mathrm{Mpc} = 10^6$ pc 等は天文学の距離単位．$1\,M_\odot = 1.99 \times 10^{33}$ g は太陽質量．

散を用いる方法である．これもやはり前述の楕円銀河中の星の運動を用いる方法をスケールアップしたものであるが，実は，歴史上初めて暗黒物質の存在が指摘されたのは，この方法によってであった[8]．銀河団が力学的に十分緩和した系であると仮定すると，系の全運動エネルギー K と全ポテンシャルエネルギー U の間にビリアル定理 $2K + U = 0$ が成り立つ．これより，

$$\sigma^2 = \frac{GM_V}{\kappa R_V} \tag{5}$$

が得られる．ここで，σ は銀河団の重心運動に対する銀河の速度分散，M_V と R_V はビリアル平衡が成り立っている領域の総質量と半径，κ はこの領域内の密度分布に依存した係数で 2 程度の値をとる．速度分散は，多数の銀河の分光観測によりその視線成分が求められ，通常は運動の等方性を仮定して 3 次元成分を得る．上と同じ銀河団 RX J1347-1145 に対する速度分散の観測値[9] を式 (5) に代入すると，$R_V = 380h^{-1}$ kpc に対し，

$$M_V = 4.4^{+1.4}_{-1.2} \times 10^{14} h^{-1} M_\odot \tag{6}$$

となり，式 (3) とよく一致する．

第三は，重力レンズ効果を使う方法である．これは，遠方の天体からの光が，我々に届く途中にある重力場によって，あたかもレンズを通過したかのように曲げられる性質を利用したもので，レンズとなる天体の質量分布を直接探ることを可能にする．基本的に，重力場を生み出す天体の質量が大きくて，遠くに存在するほど強い効果となるので，$\sim 10^{15} M_\odot$ の巨大な質量を持ち，$\sim$Gpc の遠方にまで存在する銀河団は理想的なレンズとなる．銀河団が引き起こす重力レンズ効果には，主に，背後の銀河やクェーサーの像を複数に分離する strong lensing と，像を歪ませるだけの weak lensing の二つがある．strong lensing は，最も正確にレンズ天体の質量を決定できるが，分離された像が現れる角度スケールが，高々数十秒に限られるため，銀河団の中心部にしか適用できない．したがって，より広い領域での質量分布を求めるには，weak lensing が適している．weak lensing では，銀河団背後に存在する多数の銀河の形の歪み方が，場所ごとに相関を持つことを利用して，銀河団の質量分布を再構築する．例えば，銀河団 RX J1347-1145 に対しては，約 3000 個の銀河を用いた統計解析によって総質量が求められており[10]，半径 $380h^{-1}$ kpc 以内に換算すると

$$M_W = (4.2 \pm 1.1) \times 10^{14} h^{-1} M_\odot \tag{7}$$

で，式 (3), (6) と整合している．

もちろん，上の三つの方法はいずれも完璧ではない．第一の X 線による方法の最大の制約は，球対称と力学平衡の仮定であり，実際に観測される銀河団には大きく歪んだ形をしていたり，衝突など動的進化の兆候を示しているものがある．第二の速度分散を用いた方法も，平衡からのずれ，銀河運動の非等方性などが，やはり不定性を生み出す．第三の weak lensing による方法では，銀河団の形状や背後の銀河までの距離についてある程度のモデル化が必要であることに加え，銀河団の前後に他の天体が偶然重なっていれば，その質量も合わせて測定してしまう点に注意が必要である．このため，銀河団によっては，異なる方法で算出した質量の値が，互いに 2〜3 倍程度ずれているものもある．

しかし，なお強調すべきは，これらの不定性は各方法ごとに独立に影響を及ぼすため，一様に質量を過大評価（しかも，すべて同程度に！）させたとは考えにくいことである．また，各銀河団ごとにも影響の現れ方は異なるので，質量が測定されている全銀河団の結果を覆すことも難しい．さらに，いずれの方法においても，使われている原理は，ニュートン力学ないしアインシュタインによる等価原理の極めて基本的なものばかりである．したがって，現在我々が手にしている観測事実を自然に受けとめる限り，そして物理法則に対する我々の理解が根本的に誤っていない限り*2)，暗黒物質の存在は不可避であるように見える．

2.3 宇宙の物質密度

さらに大きなスケールではどうだろうか？ 暗黒物質は宇宙全体にどの程度存在するのだろうか？

これを直接調べるのに古くから用いられている方法に，銀河の固有速度の解析がある．よく知られているように，我々の宇宙は空間全体が膨張しており，遠方の天体ほど互いに速く遠ざかっている．いわゆるハッブルの法則である．厳密に宇宙の密度が一様であれば，膨張による後退速度は距離だけの関数になるが，現実の宇宙は，少なくとも我々の近傍では非一様であるため，密度の低い領域から高い領域に向けて速度成分が生まれ，ハッブルの法則から次のようにずれが生じる．

$$v = H_0 r + \delta v. \tag{8}$$

ここで，v は実際の後退速度，r は天体までの距離，δv がずれの成分で固有速度と呼ばれている．実は，我々

*2) 重力の非常に弱い極限においてニュートン力学が破れていると，暗黒物質が不要になるという提案も存在する[11]．

の天の川銀河も，おとめ座銀河団の中心へ向かって落ちて行く途中にあることがわかっている．銀河の固有速度の分布から，10〜100 Mpc のスケールにおける宇宙の密度分布を求めようとする試みが進められており，約 3000 個の銀河を用いた最近の解析からは，宇宙の平均物質密度に対し

$$\Omega_{\rm M} = 0.3\sim0.6 \qquad (9)$$

が得られている[12)*3)]．この方法の最大の利点は，個々の銀河や銀河団の規模を越えた大スケールの密度分布を直接調べられることであるが，現実に固有速度を測定するのは容易ではない．式 (8) において，v は分光観測から直接求めることができるが，δv を決めるためには，r を測定しなければならない．しかし，この解析に用いられる 10〜100 Mpc の遠方まで天体の距離を正確に決めることは，非常に難しい．実際の解析では，銀河の絶対光度と回転速度ないし速度分散との間の経験則を利用した距離測定法が使われるが，この段階での諸々の不定性が結果に大きく影響する．また，平均密度を求めるためには，目で見える天体の分布と実際の質量分布との関係（バイアスと呼ばれる）をある程度モデル化しなければならない．式 (9) のやや大きな誤差範囲は，これらの影響を反映していると考えられる．

また，2.1, 2.2 節で求めたような，個々の銀河，銀河団の質量を宇宙全体で足し上げると，宇宙の質量密度に対するこれらの天体の寄与が求められる．ただし，すべての銀河，銀河団の質量を測定することはできないので，実際には，質量と光度の比はそれぞれでほぼ一定であると仮定して，光度の和を質量に換算する．この結果，物質密度パラメータへの下限が

$$\Omega_{\rm M} > 0.1\sim0.2 \qquad (10)$$

と得られ[13)]，式 (9) と整合していることがわかる．

宇宙の密度を推定する方法は，この他にも多数あるが，最近ではほぼすべてが $\Omega_{\rm M} = 0.2\sim0.4$[14)] 程度を支持しており，上の二つの結果とも合致している．実は，式 (9) を与えた銀河の固有速度による方法は，諸々の評価の中で最も大きな値を許す傾向にあるが，それでも宇宙の物質量 $\Omega_{\rm M}$ は，宇宙を平坦にさせる臨界値（$\Omega_{\rm tot} = 1$）の高々半分程度にしかなり得ない．逆に，$\Omega_{\rm M}$ の下限については，式 (10) が最も強い制限を与えている．

一方，現在我々が電磁波で確実に観測できる物質は，銀河の星と銀河団の高温ガスによって大半が占められていて，その総量は，

$$\Omega_{\rm L} = 0.003\sim0.01 \qquad (11)$$

である[13)]．これは式 (10) による物質密度の下限よりも 1 桁以上小さい．つまり，宇宙全体で平均しても，輝く物質をはるかに上まわる量の暗黒物質が必要であることが結論される．

3. 暗黒物質の正体は？

3.1 バリオンではないのか？

それでは，暗黒物質の実体は何であろうか？ 恐らく最も自然なのは，我々の身近にもあるような，陽子，中性子といったバリオンだろう．2 節で述べた観測事実そのものからは，例えば非常に暗い天体が暗黒物質であるなどの可能性は排除されない．しかし実は，バリオンが暗黒物質になり得るかどうかに対する厳しい制限は，全く違った角度から与えられている．

宇宙初期の高温･高密度時に行われた元素合成は，恒星内部での核融合では説明できない，^{4}He, ^{3}He, D, ^{7}Li の存在量を同時にかつ極めて正確に説明できるため，ビッグバン宇宙論の強力な証拠となっている．また，これらの軽元素の生成量は，宇宙に存在するバリオン数に強く依存するため，観測される軽元素の存在量からバリオン密度に対して，$\Omega_{\rm B}h^2 = 0.019 \pm 0.0024$ という厳しい制限が加えられる[15)]．これと式 (4) より，

$$\Omega_{\rm B} = 0.026\sim0.052 \qquad (12)$$

が要請される．

したがって，式 (9) から式 (12) を合わせると

$$\Omega_{\rm L} < \Omega_{\rm B} < \Omega_{\rm M} \qquad (13)$$

が成立しており，次のことが言える．

1. バリオンだけでは，暗黒物質のすべてを説明できない．バリオン総量の 3〜20 倍の「非バリオン暗黒物質」が必要である．
2. 同時に，電磁波で検出されている物質の 3〜20 倍の「バリオン暗黒物質」も潜んでいる．

*3)　$\Omega = 8\pi G\rho/(3H_0^2) = \rho/(1.88\times10^{-29}h^2\,{\rm g\,cm^{-3}})$ は密度パラメータと呼ばれ，密度の構成成分ごとに，物質密度パラメータ $\Omega_{\rm M}$ やバリオン密度パラメータ $\Omega_{\rm B}$ 等と使い分けられる．全成分の和 $\Omega_{\rm tot}$ が 1 のとき，宇宙は平坦となる．

混乱を避けるため，以下では上の二つを区別して議論する．もちろん，式 (12) を導いた元素合成の理論かハッブル定数の観測が大きく間違っていれば，上の結論は意味がなくなるが，これらはいずれも様々な検証を経た信頼度の高いものであり，現時点では少なくとも上の結論を覆すだけの破れは見つかっていない．そこで，ここでは，これらを暗黒物質問題に対する重要な手がかりと見なして，議論を進めることにする．

3.2 バリオン暗黒物質

まず，元素合成理論から要請されるバリオン量（式 (12)）を満たすような暗黒物質については，少なくとも 2 種類の候補が存在している．

その一つは，暗すぎて観測にかからないような天体，すなわち，褐色矮星，白色矮星，中性子星，ブラックホールなどである．これらは古くから暗黒物質の候補と考えられてきたが，その総量には大きな不定性があった．それを巧みな方法によって測定することが可能となったのである．もし，これらの天体（総称して MACHO: MAssive Compact Halo Object とも呼ばれる）が無数に我々の銀河を取り巻いて飛び回っていると，それが背景にある星の視線をたまたま横切る瞬間に，重力レンズ効果を引き起こして星を増光させると期待される（図 3）．この現象は microlensing と呼ばれ，通常の変光星とは，増光の仕方が時間対称であることと波長に依らないことで区別される．もちろん，このような偶然が起こる確率は非常に低いが，多数の星が密集した領域を専用望遠鏡で長時間モニターすることによって，検出が実現した．

このような MACHO 探査は，国内外の複数のグループにより進められているが，例えば，大マゼラン雲の方向の 1200 万個もの星を，5.7 年かけて観測した結果では，13～17 個の microlensing 現象が検出された[16]．この検出頻度から，我々の銀河の全暗黒物質への MACHO の寄与は 8～50%，増光の持続時間から，MACHO の平均質量が $0.15 \sim 0.9 M_{\odot}$ と制限される．これらの制限は，銀河の密度分布のモデルに依存するために誤差が大きいが，MACHO が銀河の暗黒物質のすべてを説明することはできないことを示しており，前節の結論とも矛盾しない．MACHO の正体としては白色矮星が有力視されているが，これほど大量の白色矮星をつくりだす機構は謎である．ただし，仮にすべての銀河に MACHO が同じ割合で存在しているとすると，式 (12) に有意な寄与をすることは可能であり，今後の研究の進展が期待される．

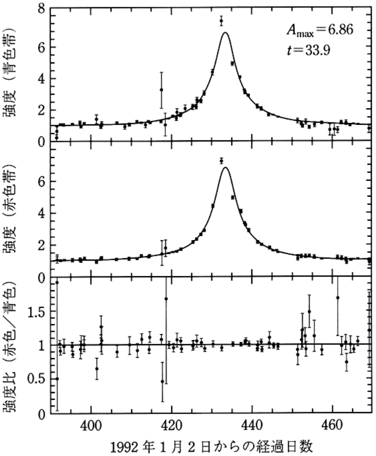


図 3　microlensing 現象の候補．増光は異なる波長帯でほぼ同形で，時間対称である．実線は理論曲線によるフィット（岡村定矩『銀河系と銀河宇宙』東大出版会 (1999); C. Alcock, *et al*, *Nature* **365**, 621 (1993) を一部改変）．

もう一つの有力候補は，銀河間空間にうすく広がった $10^6 \sim 10^7$ K の暖かいガスである．最近の大規模数値流体シミュレーションからは，宇宙のバリオンの大半は，孤立した銀河や銀河団ではなく，それらが重力によって互いに連結した大規模構造中にあり，重力エネルギーの解放や超新星爆発などによって加熱されていると予想される[17]．このような暖かいガスは，密度が低いために観測が難しいが，将来 X 線や紫外線などで検出される可能性が高い．また，銀河が 3～10 個程度集まってつくられる銀河群は，大規模構造の主要な構成要素であると考えられるが，その多くで既にガスの存在が確認されており，その総和は式 (12) に匹敵するとの概算もある[13]．

3.3 非バリオン暗黒物質

バリオン以外の暗黒物質については，直接観測がないことに加え，候補となる粒子の存在や性質が，実験的にも理論的にもはっきりしていないために，はるかに状況は渾沌としている．

まず，暗黒物質として必要とされる性質には，少なくとも，a) 光とほとんど相互作用をしない，b) 質量を持つ，c) 宇宙年齢（$\sim 10^{10}$ 年）以上の寿命を持つ，

d) 銀河スケール（$\sim 10\,\mathrm{kpc}$）以内に局在できる，が挙げられる．これらを満たす粒子は，WIMP（Weakly Interacting Massive Particles）*4) と呼ばれる．残念ながら，素粒子物理学の標準理論の枠内では，該当する粒子は見当たらない．標準理論を拡張した際に存在が予言される，質量を持つニュートリノ，フォティーノやヒグシーノといった超対称性粒子，アクシオンなどが候補に挙げられるが，このうち現時点で存在が実証されているのはニュートリノだけである．

WIMP は，現在の宇宙ではほとんど相互作用をしないが，宇宙初期の高温・高密度の状態では，他の粒子と頻繁に反応して，熱平衡になる場合がある．熱平衡下では，光子 1 個あたりの粒子数は粒子質量 m と温度の比 m/T のみで決まる．一方，宇宙の温度が下がると，やがて反応が止まり，粒子数は凍結して変化しなくなる．凍結が起こる温度 T_{d} は，粒子ごとに，反応率の大きさに応じて与えられる．したがって，現在の宇宙における粒子の存在量は，m/T_{d} によって本質的に決まることになる．そこで，

- **熱い暗黒物質**：$m \lesssim T_{\mathrm{d}}$ の粒子
- **冷たい暗黒物質**：$m \gg T_{\mathrm{d}}$ の粒子，あるいは熱平衡にならない粒子

と通常分類される．言い替えると，粒子数が固定した時点での速度が光速に近いかどうかによる区別でもある．

例えば，ニュートリノ（添字 ν で表す）は，熱平衡から離れて凍結の起こる温度が $T_{\mathrm{d}} \sim 10^{10}\,\mathrm{K} \sim 1\,\mathrm{MeV}$ であり，$m_\nu < T_{\mathrm{d}}$ の場合には，

$$\Omega_\nu h^2 \simeq \frac{m_\nu}{92\,\mathrm{eV}} \tag{14}$$

となる．$m_\nu > T_{\mathrm{d}}$ の場合は，3 世代のニュートリノ質量に対して実験室で得られている上限[18]

$$\begin{aligned} m_{\nu e} &< 3\,\mathrm{eV}, \\ m_{\nu\mu} &< 0.19\,\mathrm{MeV}, \\ m_{\nu\tau} &< 18.2\,\mathrm{MeV} \end{aligned} \tag{15}$$

に抵触しない範囲では，$\Omega_\nu h^2 \gg 1$ となってしまい，観測と大きく矛盾する．よって，式 (4), (9), (14) を合わせると，ニュートリノ質量（あるいは世代についての和）が 10～30 eV であれば，熱い暗黒物質の候補となることがわかる．

一方，スーパーカミオカンデなどの実験によって，ニュートリノは質量を持つことが確実になったが，各世代間の質量差は eV よりも有意に小さい[18]．これと，式 (14), (15) を合わせると，3 世代のニュートリノがすべて 3 eV 程度の質量を持つ場合に，暗黒物質となる可能性がかろうじて残されている．$m_{\nu e}$ の上限を決めている ^{3}H β 崩壊の実験結果の解釈には不定性もあるが，現在の実験精度が，この可能性を直接検証できるレベルにほぼ達していることは，非常に興味深い．

冷たい暗黒物質については，さらに不定性が大きいが，例えば，質量が $\gtrsim 40\,\mathrm{GeV}$ の超対称性粒子，10^{-5}～$10^{-4}\,\mathrm{eV}$ のアクシオンなどが候補になる．これらの粒子を検出するための努力は，様々な方法で進められているが，現時点ではいずれも成功していない．ただし，超対称性粒子の存在自体については，2006 年頃から稼動予定の大型ハドロン加速器（LHC）で検証される可能性があるので，暗黒物質を特定するには至らないまでも，重要な示唆が得られると期待される．

3.4 宇宙の構造形成からの要請

前節までに述べたように，暗黒物質の実体については，いくつかの示唆はあるものの，確定的なことは何もわかっていない．そこで現状では，一つでも多くの状況証拠によって，間接的にでもその性質を探ることには意義がある．その意味で，重力が本質的役割を果たしたと考えられる宇宙の構造形成についての理論と観測は，暗黒物質の正体に対する有力な手がかりを与えてくれる．

その一つは，バリオン暗黒物質に対する，元素合成からとは独立した制限である．現在の宇宙における非一様な構造は，宇宙初期に存在した僅かな密度ゆらぎが，自己重力によって増幅した結果つくられたと考えるのが最も自然である．実際，宇宙マイクロ波背景放射の観測からは，赤方偏移 $z \sim 1000$ の宇宙における光子の温度が，角度スケール $100^\circ \sim 10'$ の範囲において，$\delta T/T \sim 10^{-5}$ でゆらいでいたことがわかっている[19]．この時期までは，光子–電子のトムソン散乱，電子–陽子のクーロン散乱を通じて，バリオンは光子と強く結びついていたため，光子温度のゆらぎはバリオン密度のゆらぎを直接反映していたと見なせる．宇宙の物質の大半がバリオンである場合には，このような微小ゆらぎ $\delta\rho/\rho \sim 10^{-5}$ が成長しても，$z \sim 1000$ から現在までの間には 1000 倍程度しか増幅しないので，観測されるような非一様性 $\delta\rho/\rho \gg 1$ を説明できない．ゆらぎが成長する時間が足りないのである．一方，非バリオン物質が大量に存在すると，重力以外で

*4）ネーミングはこちらが先である！

は光子と相互作用しないため，より早い時期から密度ゆらぎは成長を始め，$z \sim 1000$ で既に $\delta\rho/\rho > 10^{-3}$ となれる．そこに後からバリオンも引き寄せられて集まり，現在までに $\delta\rho/\rho \gg 1$ が実現される．したがって，宇宙マイクロ波背景放射の観測と重力による構造形成の組合せからは，非バリオン暗黒物質の存在が要請される．

また，熱い暗黒物質に対しても制限が加えられる．熱い暗黒物質は，宇宙の温度が $T \lesssim m$ に下がるまではほぼ光速で運動を続けるので，その時刻までに運動できる範囲内のゆらぎはならされて消えてしまう．ニュートリノに対してこのスケールを計算すると，質量に換算して，

$$M_\nu \simeq 4 \times 10^{15} \left(\frac{m_\nu}{10\,\mathrm{eV}}\right)^{-2} \quad \mathrm{M}_\odot \qquad (16)$$

となる．つまり，ニュートリノが暗黒物質である場合には，銀河団よりも小さなスケールのゆらぎが一様化されるため，特に銀河形成を説明するのが極めて困難となる．

一方，冷たい暗黒物質は，生成された時点から既に速度が小さいために，上のようなゆらぎの一様化は起こらない．この場合の構造形成の過程は，密度ゆらぎを生み出すメカニズムにも依存するが，標準的なインフレーション理論が予言するゆらぎの初期分布に対しては，まず銀河ないしそれ以下の大きさの天体が形成され，段々と大スケールの構造がつくられていくと予想される．このようなボトムアップ的な構造形成シナリオは，銀河の 2 体相関関数や銀河団の個数分布，宇宙マイクロ波背景放射におけるゆらぎの大きさといった，数多くの観測事実をうまく同時に説明できる[20]ので，現在最も有力視されている．

もちろん，冷たい暗黒物質に基づく構造形成シナリオですべてが説明されているわけではない．特に，銀河やクェーサーの形成・進化などについては，未解決の問題が山積みされている．しかし，これらの問題の大半は，暗黒物質の種類よりも，むしろ，ガスやダストなどのバリオン物理の不定性がより本質的であると考えられる．また，銀河や銀河団の中心付近での密度分布が，冷たい暗黒物質を仮定した数値シミュレーションの結果と食い違うこと等に基づいて，重力以外の相互作用をする暗黒物質が提案されたりもしている[21]．しかし，これも観測データの精度や銀河中心部での物

理の不定性に問題がある可能性が高い．さらに，冷たい暗黒物質と熱い暗黒物質が共存するような宇宙も考えられるが，密度ゆらぎのパワースペクトルの形から，ニュートリノの全質量密度への寄与は約13%以下，質量は 0.9 eV 以下に制限される[22)]．

したがって，宇宙の構造形成に関する観測と理論の現状からは，冷たい暗黒物質が宇宙の物質密度の大半を占めることが強く示唆される．

4. 終わりに

以上の知見をまとめると，次のようになる．

1. 暗黒物質は，銀河以上のスケールに遍在し，宇宙の平均密度の大部分を占めることが，複数の独立な観測事実によって支持されている．
2. 宇宙初期の元素合成と宇宙の構造形成の観点からは，暗黒物質の大半は非バリオンであることが要請される．同時に，電磁波で未検出のバリオンが大量に存在することも示唆される．
3. 素粒子実験と宇宙の構造形成の観点からは，ニュートリノが暗黒物質である可能性は低い．
4. 冷たい暗黒物質が存在すると，宇宙の構造形成が整合的に説明される．その実体は不明であるが，候補の一つである超対称性粒子の存在自体は，近い将来検証される可能性がある．

今後の最重要課題は，暗黒物質の（重力以外による）直接観測ないし検出であることは明らかだろう．これまでに得られた知見は，様々な形で吟味されてはいるが，いずれも暗黒物質の存在に対する状況証拠にすぎないことも事実である．このような現状は，ある意味で，光の媒質としてエーテルの存在を仮定することで学問的整合性を保とうとしていた時代に似ているのかもしれない．暗黒物質がいかなる実体を持つのか，あるいは全く別の答が潜んでいるのか，現時点では確定できないが，エーテル問題の解決が新しい物理学の扉を開いたように，暗黒物質問題の解明は我々の宇宙像を飛躍的に拡大させるものと期待している．

執筆に際して助言を頂いた佐々木伸氏（都立大物理）と渋谷　寛氏（東邦大物理）に感謝申し上げる．

参考文献

1) 小玉英雄『宇宙のダークマター』サイエンス社 (1992); 須藤靖『ダークマターと銀河宇宙』丸善 (1993).
2) Y. Sofue and V. Rubin: *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* **39**, 137 (2001).
3) K. Matsushita: *Ph.D. thesis*, University of Tokyo (1996).
4) S. Schindler, M. Hattori, D.M. Neumann and H. Böhringer: *Astron. Astrophys.* **317**, 646 (1997).
5) S.W. Allen, R.W. Scmidt and A.S. Fabian: *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **335**, 256 (2002).
6) W. Freedman, et al.: *Astrophys. J.* **553**, 47 (2001).
7) N. Ota: *Ph.D. thesis*, University of Tokyo (2001); S. Ettori, S. De Grandi and S. Molendi: *Astron. Astrophys.* **391**, 841 (2002).
8) F. Zwicky: *Helv. Phys. Acta.* **6**, 110 (1933).
9) J.G. Cohen and J.-P. Kneib: *Astrophys. J.* **573**, 524 (2002).
10) P. Fischer and J.A. Tyson: *Astron. J.* **114**, 14 (1997).
11) R.H. Sanders and S.S. McGaugh: *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* **40**, 263 (2002).
12) L. Silberman, A. Dekel, A. Eldar and I. Zehavi: *Astrophys. J.* **557**, 102 (2001).
13) M. Fukugita, C.J. Hogan and P.J.E. Peebles: *Astrophys. J.* **503**, 518 (1998).
14) 杉山　直：本号の記事；土居　守：本号の記事.
15) D. Tytler, J.M. O'Meara, N. Suzuki and D. Lubin: *Physica Scripta* **T85**, 12 (2000).
16) C. Alcock, et al.: *Astrophys. J.* **542**, 281 (2000).
17) R. Cen and J.P. Ostriker: *Astrophys. J.* **514**, 1 (1999).
18) K. Hagiwara, et al. (Particle Data Group): *Phys. Rev.* **D66**, 010001 (2002).
19) G. F Smoot, et al.: *Astrophys. J.* **396**, L1 (1992); S. Hanany et al.: *Astrophys. J.* **545**, L5 (2000).
20) A.R. Liddle, D.H. Lyth, P.T.P. Viana and M. White: *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **282**, 281 (1996); T. Kitayama and Y. Suto: *Astrophys. J.* **490**, 557 (1997).
21) D.N. Spergel and P.J. Steinhardt: *Phys. Rev. Lett.* **84**, 3760 (2000).
22) M. Fukugita, G.-C. Liu and N. Sugiyama: *Phys. Rev. Lett.* **84**, 1082 (2000).

（きたやま・てつ，東邦大学理学部物理学科）

量子宇宙論の盛衰

小玉 英雄

量子宇宙論は，時空構造の量子性を考慮して，宇宙の創生，進化，構造を研究する分野である．この分野は，B.S. DeWitt, J.A. Wheeler, C.S. Misner による重力の正準量子化に関する研究を契機として，1960年代後半に誕生した．その後，長い間大きな進展はなかったが，1980年代前半に「宇宙の無からの創生」というアイデアが A. Vilenkin, S.W. Hawking らにより提唱され，一躍脚光を浴びることになった．この小文では，このアイデアの背景とその後の展開を中心として，量子宇宙論の歴史と現状を解説する．文献については，最近のもののみを掲載する．1995年以前のものについては，例えばD.L. Wiltshireのレビュー[1]を参照してほしい．

1. なぜ量子宇宙論か？

宇宙項がゼロで宇宙が通常の物質で満たされているとすると，一様等方な膨張宇宙を記述する Einstein 方程式の解は，過去の有限な時刻で宇宙の体積がゼロとなる特異性をもつ．このことは，A. Friedmann らによる研究で一般相対論の誕生直後から知られていたが，その後，空間的に一様なら等方性の仮定がなくても同様の結果が一般に成り立つことが示された．これは，宇宙には始まりがあり，現在の宇宙は有限な年齢をもつことを意味するが，同時に，その始まりが非常に特異なものであることを示している．この宇宙の始まりの特異性は宇宙の初期特異点と呼ばれる．

量子論によると，時間とエネルギーには $\Delta E \Delta t \gtrsim \hbar$ という不確定性関係が成り立つ．この関係を単純に宇宙初期に適用すると，宇宙が生まれて時間 t 経った時点で，サイズ L の空間領域に含まれるエネルギーは $\Delta E \sim \hbar/t$ の不定性ないし量子ゆらぎをもつ．一方，物質のエネルギー密度を ρ, 圧力を p として $w = p/\rho$ が非負で一定とすると，ρ は $c^2/(Gt^2)$ に比例するので，この領域に含まれるエネルギーは $E \sim c^2L^3/(Gt^2)$ となる．これより，エネルギーの相対的な量子ゆらぎは

$$\frac{\Delta E}{E} \sim \frac{ctL_{\rm pl}^2}{L^3}$$

で与えられる．ここで，$L_{\rm pl} = (\hbar G/c^3)^{1/2} = 1.6 \times 10^{-33}$cm は基本定数から作られる長さの次元をもつ量で，Planck 長と呼ばれる．したがって，宇宙膨張に従って L が宇宙のスケール因子 a に比例して時間変化するとすると，$w < 1$ すなわち物質の音速が光速より小さいとき $L \propto a \propto t^\gamma$ ($\gamma > 1/3$) となるので，t がゼロに近づくと $\Delta E/E$ は限りなく大きくなる．すなわち，どのように大きな領域を取っても，初期特異点に十分近づくと，エネルギーの量子ゆらぎが平均値を大きく上回る．Einstein 方程式

$$G_{\mu\nu} = \kappa^2 T_{\mu\nu} \quad (\kappa^2 = 8\pi G/c^4)$$

より，エネルギーのゆらぎは時空計量のゆらぎを生み出すので，これは初期特異点の近傍では時空計量の量子ゆらぎが大きくなり，時空を古典的に記述することができないことを意味している．

このように，宇宙の始まりを議論するには，時空構造自体の量子性を考慮することが必要となる．それでは，宇宙の初期特異性は，時空構造の量子性を考慮すると解消されるであろうか？ これが，量子宇宙論の出発点となった問題意識である．特に，初期特異性は一様モデルの特殊性ではなく，物質が強エネルギー条件と呼ばれる自然な条件を満たす限り，膨張宇宙の一般的な性質であること（膨張宇宙の特異点定理）が1960年代後半に S.W. Hawking により示されて以降，この問題は多くの物理学者の心を強くとらえるようになった．

量子宇宙論の課題は，この特異点解消という原理的

な問題だけではない．宇宙論は，現在の宇宙の物質構成，多様な天体の起源や分布，さらには宇宙の大域的な構造を宇宙の進化により説明しようとする学問であるが，物理学の基本法則が発展方程式の構造をもっているために，当然，宇宙の特性は一般に初期条件に依存することになる．1970 年代に確立された宇宙の標準モデルでは，この問題は深刻であった．その理由は，$a \propto t^\gamma$ $(0 < \gamma < 1)$ という形の膨張則に従う宇宙モデルを基礎としていたことにある．このモデルでは，宇宙が誕生して以降に時刻 t までに情報交換が起こる領域のサイズ，すなわち宇宙のホライズンサイズの増大速度が宇宙の膨張速度より速くなり，現在の宇宙の空間的相関はすべて宇宙初期では因果的相関距離を超える相関となる．このため，それらの多くは，古典的な宇宙の誕生時，すなわち時空特異点での初期条件に帰着されてしまう．特に，宇宙の大域的な一様等方性やそれからのずれとしての天体の大域的な分布は，この古い標準モデルでは説明不可能となる．これらの特性を説明するには，通常の発展方程式的な法則以外に初期条件そのものを決定ないし制限する法則が必要となる．宇宙の誕生時での振舞いが量子宇宙論により記述されるとすると，この宇宙の初期条件を決定することも量子宇宙論の基本課題となる．

この状況は，宇宙初期におけるインフレーションというアイデアの登場により一変した（インフレーションモデルの詳細については，本特集の横山氏の解説を参照）．このモデルでは，現在の宇宙の観測領域は，過去にさかのぼると，宇宙の初期特異点に達する以前に Planck 長以下のサイズとなり，空間の局所的構造がよく分かっているとする限り，現在の宇宙の特性は基本法則のみで決まってしまうことになる．ただし，インフレーションが起きるかどうかは依然として宇宙の初期条件に依存する．特に，インフレーションモデルの予言が現在の観測と整合的であるためには，宇宙の時空構造が古典的に記述できる時期の始まりとともにインフレーションが起きることが要求される．したがって，量子宇宙論が宇宙の初期条件を制限するとすると，それは宇宙の誕生とともにインフレーションが起きることを予言するものでなければならない．

2. 宇宙の波動関数

量子宇宙論の研究には，量子重力理論すなわち重力場あるいは時空構造の量子論が必要となる．量子重力理論を構築する試みは長い歴史をもち，その始まりは場の量子論が作られた 20 世紀前半にさかのぼる．最初に考えられた方法は，時空のゆらぎが小さいとして，時空計量の古典解からのずれを量子電気力学と同様の標準的な場の理論の手続きに従って量子化し，量子補正を相互作用定数（今の場合 $\sqrt{G}$）のベキ級数として求める摂動論的アプローチであった．しかし，この方法では相互作用に対する量子補正の紫外発散が繰り込み不可能で制御できないことが直ちに明らかとなった．この困難は，現在大きく発展している超弦理論が作られる動機の一つとなったものである．量子宇宙論への応用という視点から見ると，このアプローチには別の困難があった．それは，宇宙初期のように時空構造の量子ゆらぎが非常に大きい状況には適用できないことである（現在の超弦理論も，この問題を扱うことはできない）．このような状況を取り扱うには，重力の非摂動論的量子論，すなわち基準となる特別な古典時空を必要としない量子論の枠組みが必要となる．

このような背景の下で，1960 年代後半に Wheeler や Misner は重力理論を場の理論ではなく，力学系の理論として扱うことを提案した．彼らは，まず，4 次元時空の時間一定面を考えることにより，時空を空間的な 3 次元面の時系列 Σ_t に分解した．各 Σ_t 上には時空計量より 3 次元の Riemann 計量 $q_{ij}(t,x)$ が誘導される．これら 3 次元面が互いに同相として $\Sigma = \Sigma_0$ とおくと，この $(3+1)$–分解により Σ 上に計量の時系列 $\boldsymbol{q}(t) = (q_{ij}(t,x))$ が定まり，Einstein 方程式は $\boldsymbol{q}(t)$ の 2 階微分発展方程式を与える．すなわち，重力理論が粒子の力学系と同じように記述される．そこで，力学系の正準理論を適用して，$\boldsymbol{q}$ の正準共役量 $\boldsymbol{p} = (p^{ij}(t,x))$ を導入すると，Einstein 方程式は 1 階の正準系に帰着される：

$$\dot{\boldsymbol{q}} = \{\boldsymbol{q}, H\},\ \dot{\boldsymbol{p}} = \{\boldsymbol{p}, H\}. \tag{1}$$

この正準理論に正準量子化の手続きを適用すれば，重力の正準量子論が得られる．$\boldsymbol{q}$ が粒子の位置に対応するので，Σ 上の 3 次元 Riemann 計量の全体が作る空間を $\mathcal{S}$ とおくと，量子状態は $\mathcal{S}$ 上の波動関数 $\Psi(\boldsymbol{q},t)$ で記述されることになる．$\mathcal{S}$ はスーパースペースと呼ばれる．また，運動方程式は Ψ に対する Schrödinger 方程式に置き換えられる：

$$i\partial_t \Psi = H\Psi. \tag{2}$$

このように，重力の量子論が粒子系の量子論と同じ形式で書かれることになるが，実は，重力系の正準理

論には通常の粒子系にない新たな要素が付け加わる．それは，上の (3+1)–分解で得られる空間計量の時系列 $q_{ij}(t,x)=g_{ij}(t,x)$ だけでは元の 4 次元時空の計量 $g_{\mu\nu}(t,x)$ が完全に決まらないことによる．g_{00} および g_{0i} という 4 個の成分が不定である．これらの量は実は，時間座標や空間座標の取り方の自由度を表す量となっている．したがって，それらの量が不定であること自体は問題でない．しかし，Einstein 方程式は $g_{\mu\nu}$ の各成分を独立な変数として Einstein-Hilbert 作用積分

$$S=\frac{1}{2\kappa^2}\int_M d^4x\sqrt{-g}(R-2\Lambda) \tag{3}$$

を変分することにより得られるので，g_{00} および g_{0i} の変分から得られる方程式は，g_{ij} の変分から得られる $\boldsymbol{q}$ の発展方程式と独立な方程式となる（ここでは簡単のため真空の場合を考える）．この付加的な方程式は，$\boldsymbol{q}$ と $\boldsymbol{p}$ のみで表され，それらの取りうる値に対する制限（拘束条件）となることが示される：

$$\mathcal{H}_\perp(\boldsymbol{q},\boldsymbol{p})=0,\ \mathcal{H}_i(\boldsymbol{q},\boldsymbol{p})=0. \tag{4}$$

（これらは，空間の各点で成り立つので，無限個の条件である）．このような拘束条件を伴った正準系の取扱いは 1950 年代に Dirac により詳しく研究されていた．そこで，DeWitt は，Dirac の処方に従って，これらの条件を量子状態に対する制限

$$\mathcal{H}_\perp\Psi=0,\ \mathcal{H}_i\Psi=0 \tag{5}$$

に置き換えた．この方程式は現在，Wheeler-DeWitt 方程式と呼ばれている．

同様の処方は，例えば自由電磁場にも適用でき，その場合は，拘束条件は電場に対する Gauss 方程式 $\nabla\cdot\boldsymbol{E}=0$ となる．これを波動関数に対する拘束条件 $\nabla\cdot\boldsymbol{E}\Psi=0$ に置き換えれば，Schrödinger 方程式と合わせて自由電磁場の量子論ができ上がる．しかし，重力場の場合は，ここで特殊な事態が起きる．それは，Schrödinger 方程式に現れるハミルトニアン H が拘束条件の線形結合となってしまうことである：

$$H=\int_\Sigma d^3x(N\mathcal{H}_\perp+N^i\mathcal{H}_i). \tag{6}$$

ここで，N と N^i は g_{00},g_{0i} と $g_{00}=-N^2+q_{ij}N^iN^j$，$g_{0i}=q_{ij}N^j$ の関係にあり，それぞれ時間座標，空間座標の取り方を記述する非力学変数である．この関係を用いると，上記の拘束条件の下で Schrödinger 方程式は $\partial_t\Psi=0$ となる．したがって，正準量子論では，時間に依存しないスーパースペース $\mathcal{S}$ 上の波動関数 Ψ が重力場の“状態”を記述し，取りうる状態は Wheeler-DeWitt 方程式により決定されることになる．このように，時間変数が定式化から失われるのは，一般共変性のために一般相対論では時間座標が物理的な意味をもたないことに起因する．この時間の問題および波動関数の解釈の問題は，宇宙全体に量子論を適用できるかという原理的問題とも関連する量子宇宙論の基本問題の一つであるが，この小文では紙数の都合で立ち入らないことにする．これに関しては，早田次郎氏が本誌に解説を書いておられるのでそれを参考にしていただきたい[2)]．

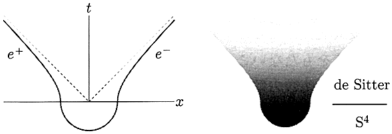
この定式化を宇宙全体に適用すると，スーパースペースは宇宙の空間的断面の取りうる構造の集合となり，対応する Wheeler-DeWitt 方程式の解 Ψ がその確率分布を記述する，言い換えれば宇宙の波動関数を与えると解釈される．ただし，Wheeler-DeWitt 方程式は（形式的に）偏微分方程式の構造をもつので，宇宙の波動関数を決定するには，スーパースペース上での境界条件を与えないといけない．この境界条件は，古典論における初期条件の役割を果たすことになる．それではどのような境界条件が自然であろうか？ 宇宙の初期特異点の回避という視点から，この問題に対する解答として，DeWitt は空間計量が退化するスーパースペースの境界で波動関数の値がゼロとなるという境界条件を提案した．しかし，まもなく，この境界条件を課すと一般に波動関数は至る所ゼロとなってしまうことが明らかとなった．

3. 宇宙の無からの創生

この DeWitt の研究の後，Misner らにより，スーパースペースが有限次元となるように空間的に一様な宇宙に制限したミニスーパースペースモデルに関する研究がハミルトニアン宇宙論という名の下に進められたが，長い間目立った進展はなかった．この長い停滞をうち破ったのが，Vilenkin である．正の宇宙項をもち空間の曲率が正で閉じている等方一様宇宙モデルに対する宇宙膨張の方程式は，a を宇宙のスケール因子（今の場合，空間が 3 次元球面なのでその半径に対応）として

$$\dot{a}^2+1=(\Lambda/3)a^2 \tag{7}$$

で与えられる．この解は，$a=H^{-1}\cosh(Ht)$ （$H=(\Lambda/3)^{1/2}$）で与えられ，de Sitter 時空を表す．Vilenkin は，a を位置，t を固有時，H を eE/m と読み替えれば，この方程式が一様な電場 E の中を運動する質量 m，電荷 e の電子の運動と同じであることに着目し



(a) (b)

図 1　無からの宇宙創生.

た．量子論では，一様な電場中では，電子と陽電子が対生成する．時間を虚時間に変える変換 $it \to \tau$ により得られる運動方程式の解に対する作用積分を S_E とすると，対生成の確率 P は，e^{-S_E} に比例する．この虚時間の運動は (τ, x) における円となるので，実時間の運動の軌道を合わせると図 1 (a) のようになる．この状況を宇宙モデルに翻訳すると，虚時間での解は 4 次元 Euclide 球面となるので，実時間での de Sitter 解とつなぐと図 1 (b) のようになる．この図は，何もない所から de Sitter 宇宙が突然創生されることを表している．そこで，このアナロジーに基づいて，1982 年に Vilenkin は量子論では有限な大きさの宇宙が「無から創生される」というアイデアを提案し，その確率は $P \sim \exp(3\pi/(\Lambda L_{\rm pl}^2))$ で与えられるとした．実に大胆なアイデアである．

この提案の 1 年後，J. Hartle と Hawking は少し異なった視点から，Vilenkin のアイデアに一般的な定式化を与えた．彼らはまず，Feynman の経路積分を重力理論に適用すると Wheeler-DeWitt の解が得られることに着目した．すなわち，Σ_0，Σ を時空の空間的断面，$\boldsymbol{q}_0$，$\boldsymbol{q}$ をその計量，S を Einstein-Hilbert 作用積分として

$$G(\boldsymbol{q}, \Sigma; \boldsymbol{q}_0, \Sigma_0) = \int [Dg] e^{iS} \tag{8}$$

とおくと，$G(\boldsymbol{q}, \Sigma; \boldsymbol{q}_0, \Sigma_0)$ は $\boldsymbol{q}_0$ から $\boldsymbol{q}$ への遷移振幅（正確には Green 関数）を表し，$\Sigma \neq \Sigma_0$ のとき $\boldsymbol{q}$ に関して Wheeler-DeWitt 方程式を（形式的に）満たす．ただし，経路である 4 次元時空 $(M, g_{\mu\nu})$ としては，M の境界が $\Sigma_0 \cup \Sigma$ となり，g_{ij} が Σ_0 では $(q_{ij})_0$，Σ 上では q_{ij} に一致するものを取る．ここで，経路として Σ_0 が空集合となるもの，すなわち Σ のみを境界とする 4 次元時空を取れば，Vilenkin の提案する宇宙の無からの創生を表す宇宙の波動関数を与えるというアイデアである．ただ，このままでは問題がある．それは，Lorentz 計量をもつ時空は空間のトポロジー変化を許さないことが R. Geroch により示されていたことである．そこで，Hartle と Hawking は，通常の場の量子論の処方に従って，時空の代わりに時間を虚時間に変えて得られる 4 次元 Riemann 空間を経路とするアイデアを導入し，宇宙の波動関数は観測情報を担う 3 次元多様体 Σ のみを境界とする 4 次元 Riemann 空間を経路とする Euclide 型経路積分

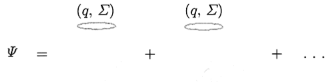


図 2　Hartle-Hawking 波動関数.

$$\Psi(\boldsymbol{q}, \Sigma) = \sum \int [Dg] e^{-S_E} \tag{9}$$

で与えられるというアイデアを提案した（図 2）．この提案は，no boundary proposal と呼ばれている．ここで，和の記号は経路となる 4 次元 Riemann 空間のトポロジーについての和を表す．

4. Vilenkin 対 Hawking

Hawking は翌年，彼らの枠組みで一様なスカラ場を含む閉じた一様等方宇宙モデルを調べ，彼らの波動関数は誕生直後にインフレーションを起こす宇宙の集合を記述することを示した．さらに，1985 年には J.J. Halliwell と共同で一様等方モデルからのゆらぎを研究し，インフレーションモデルで提案されたのと同じゆらぎのスペクトルと振幅が波動関数から得られることをある近似の下で示した．これは，Hartle-Hawking の提案が，初期特異点の回避とインフレーション宇宙の生成という，冒頭で述べた課題を満たす量子宇宙論の枠組みを与える可能性があることを示唆していた．

これに対して，Vilenkin は 1983 年に彼のアイデアを一様スカラ場を含む宇宙モデルに拡張し，同様の結論を得た．彼はまず，物質相転移の理論とのアナロジーから，生成された直後での宇宙ではスカラ場は作用積分の鞍点にあるとした．これは，スカラ場のポテンシャル $V(\phi)$ の極大点に対応する．このとき，極大点は不安定ながら定常解なので，スカラ場が一定値 ϕ を取るとして，宇宙の創生確率を求めた．この計算は，$\Lambda = 8\pi G V(\phi)$ とすれば宇宙項をもつ閉じた一様等方宇宙の生成と同じで，

$$P \sim \exp\left[\frac{3M_{\rm pl}^4}{8V(\phi)}\right] \tag{10}$$

を与える．これは，波動関数の絶対値の2乗を確率と解釈すると，Hawkingの波動関数から得られるものと一致する．生成された後，スカラ場は量子ゆらぎにより極大点からずれ，極小点に転がる間にインフレーションを起こす．

ただし，この議論には問題がある．(10) に従うと，小さな V を与える ϕ の実現される確率が高いことになる．したがって，この確率から見る限り，むしろ宇宙創生時にスカラ場はポテンシャルの極小点にいるとするほうが自然に見える．そのときには，インフレーションは起きない．Vilenkinの議論では，極大点が実現されていると仮定することでこの問題を回避しているが，Hawkingの議論ではそのような制限はない．

この矛盾を解消するために，1984年にVilenkinは宇宙のトンネル遷移型波動関数という新しいアイデアを提唱した．これは次のようなものである．まず，正の宇宙項をもつ閉じた一様等方宇宙モデルの膨張則は，スケール因子 a に共役な運動量を $p = a\dot{a}$ とすると，

$$p^2 + U(a) = 0;\ U(a) = a^2 - H^2 a^4 \qquad (11)$$

と書き換えられる．これは，ポテンシャル $U(a)$ 内での全エネルギーゼロの粒子の運動と対応し，古典解は，$a \equiv 0$ とde Sitter解となる．2つの解は，ポテンシャルバリアで遮られている．この2つの解のうち最初のものを“無”と解釈すると，無からの創生は，粒子が $a = 0$ からポテンシャルバリアを量子力学的トンネル遷移で通り抜け，古典的に運動可能な別の領域 $a > 1/H$ に現れる現象と見なされる．この観点から，Vilenkinは，バリアを通り抜けた後宇宙は膨張するので，a が十分大きい領域での波動関数は正の運動量に対応する振動解 $\exp(i\int da\sqrt{|U|})$ で与えられると仮定し，これを境界条件とするWheeler-DeWitt方程式の解を求めた（図3）．その結果，宇宙の創生確率（今の場合 $a = 1/H$ での波動関数の絶対値の2乗）として

$$P \sim \exp\left(-2\int_0^{1/H} |p(a)|da\right) = \exp\left[\frac{-3M_{\rm pl}^4}{8V(\phi)}\right] \qquad (12)$$

を得た（$M_{\rm pl} = (\hbar/c)L_{\rm pl}^{-1}$）．これはHawkingの得た値の逆数に比例しており，V が大きいほど大きな確率を与える．それまでと全く逆の結果を与える提案をしたことについて，Vilenkinは，Hawkingの還暦を祝うために2002年1月に開かれた国際会議で次のように述べている．「(最初に提案した確率の議論が) 人生最大の間違いであったとは言いたくないが，私は確かに心変わりをした．今は，(12) が正しい答えだと信じている」[3]．

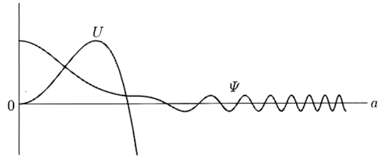


図3　トンネル遷移型波動関数．

Vilenkinは，この新たな提案をすると同時に，Hawkingの無境界型波動関数は（上で述べた理由から）確率的にインフレーションを予言しないと批判した．これに対して，Hawkingは“You do not have a wave function.”と反論した．すなわち，Vilenkinの議論は単純なミニスーパースペースに基づく特殊な議論で，no boundary proposalのような一般的定式化がなされていないという訳である．これが，VilenkinとHawkingとの長い論争の始まりである．A. LindeやV. RubakovがVilenkinに賛同したので，この論争はあたかもロシア学派とケンブリッジ学派の論争の様相を呈した．ただし，その後の展開はいずれのグループにとってもあまり芳しくない．

VilenkinはHawkingの反論を受けて，1986年にトンネル遷移型波動関数というアイデアを一般のスーパースペース上での波動関数に対する境界条件として定式化することを試みた．基本的な考え方は，スーパースペースの境界で波動関数が外向きの進行波となることを境界条件としようというものである．ただし，Vilenkin自身も認めているように，この定式化はHartle-Hawkingのものと比べても数学的な明確さを欠くものであった．その後，Vilenkinは1994年に，Lorentz型経路積分表示，すなわち (8) において初期条件を設定する3次元多様体 Σ_0 を一点につぶした極限を，トンネル遷移型波動関数に対する一般的表式とするという別の提案をしている．すなわち，無境界経路積分仮説のLorentz型版である．ただし，この場合経路積分は波動関数ではなくGreen関数（伝播関数）を与え，しかも Σ が一点につぶれる極限で一般に特異となる．これは，特異点回避という視点からは望ましくない振舞いである．また，Rubakov（1984, 2002）らは宇宙がトンネル遷移をする際に無限の量子論的粒

子生成が起きるという主張をしている[4]．彼らの議論の正当性には疑問があるが，正しければ Vilenkin サイドに不利な要素となる．

一方，Hawking の側では，彼の学生を中心として無境界経路積分仮説の厳密化が試みられた．Hawking らの基礎としている Euclide 型経路積分は，すでに述べたように通常の場の理論の手法を援用したものである．この方法の利点は，通常の場の理論では，S_E が正定値となるため経路積分 $\int[D\phi]\exp(-S_E)$ の収束性が Lorentz 型，すなわち実時間を用いた振動型に比べて良くなることである．ところが，重力理論にこの方法を適用すると，宇宙のスケール因子（一般には時空の体積要素 $\sqrt{g}$）に対応する成分の S_E への寄与が負となり，S_E は下に有界でなくなる．これは，Euclide 型経路積分がそのままでは発散していることを意味している．Hawking は鞍点からの寄与が波動関数の主要部を決定するという仮定の下で議論を進め，この困難に目をつぶってきた（正確には，Hawking もこの問題について Wick 回転を用いた方法を提案しているが，その場しのぎの観がぬぐえない）．これに対して，Halliwell は 1989 年に J. Louko と共同で計量が複素数となる複素経路を考えることにより経路積分を有限にできないかという視点から，ミニスーパースペースモデルの経路積分を研究した．その結果，彼らは，有限な経路積分を与える複素経路は存在するが，それは一意的でなく，異なる経路は異なる波動関数を与えることを見いだした．しかも，その中には Vilenkin の波動関数に対応するものも含まれていた．すなわち，無境界経路積分仮説は，その見かけと異なり宇宙の波動関数を一意的に決める境界条件とはなっていなかったのである．

この発見により，宇宙の波動関数の議論は急速に輝きを失った．この同じ頃，宇宙の波動関数に対する無境界仮説に基づいて，ワームホールにより互いに相互作用する多重宇宙モデル（Baby universe model）が S. Coleman らにより研究され，相互作用の効果で宇宙項がゼロとなる多重宇宙状態が確率的に選ばれるという興味深い議論が展開された．紙数の都合で詳細は省くが，結果的には，やはり基礎となる経路積分の定義が曖昧であるため，明確な確率的議論ができないということで，このアイデアは立ち消えとなった[5]．

その後も，この問題を解消するような有力なアイデアは提案されていない．経路積分に基づくアプローチで唯一興味深い最近の研究は，J. Ambjorn，R. Loll らによる動的単体分割法に基づいた，Einstein 重力の Lorentz 型経路積分の研究である[6]．また，非摂動的正準量子化のもう一つのアプローチであるループ量子重力理論を一様等方宇宙モデルに適用すると，波動関数に対する DeWitt の境界条件に相当するものが矛盾なく定式化できるという主張が M. Bojowald になされている[7]．これらについても，紙数の都合で詳しい説明は省略する．

■ 5. 宇宙の初期条件は必要か？ ■

冒頭で述べたように，宇宙の初期条件を与えるという大きな目標を掲げて登場した量子宇宙論は，インフレーション宇宙モデルの登場によりその課題をかなり限定的なものに修正せざるを得なかった．宇宙の波動関数に関する議論の混迷はインフレーションモデルの新たな発展と相まってこの傾向にさらに拍車をかけ，量子宇宙論は次第にインフレーションモデルにその主役の座を奪われてゆく．皮肉なことに，その原動力となったのは，量子宇宙論を積極的に推進してきた人々であった．

1983 年に Vilenkin が一様スカラ場を含む宇宙モデルを用いてインフレーション宇宙の無からの創生を議論したことはすでに述べたが，この論文で彼は，インフレーションの進行の様子について興味深い議論を展開した．その概要は次のようなものである．「スカラ場が，宇宙創生時にポテンシャルの極大点にあるとすると，極小点への移行は量子ゆらぎにより引き起こされないといけない．量子ゆらぎはスカラ場のランダムウォークを引き起こすので，この移行は単調でない．ところが，ポテンシャルの高い所にいるほど宇宙の膨張は速く体積の増大度は大きい．このため，空間の体積で確率を計ることにすると，スカラ場がポテンシャルの極大点近傍に留まる確率は時間が経っても減少しない．その結果，宇宙の大部分ではインフレーションは永遠に終わらない．ただし，一部の領域では量子ゆらぎがうまく累積し古典的な単調運動へと代わり，インフレーションが終了する．」このようなインフレーションの終了したフリードマン的宇宙がランダムかつ定常的に生み出され続ける．Linde はこのアイデアを積極的に取り上げて永続的インフレーション（Eternal inflation）と名付け，インフレーションは一般に永続的なものであるという主張を展開した．すなわち，宇宙のほんの一部の領域でインフレーションが起きれば，それは次第に宇宙の大部分を占める永続的インフレーションへ

と移行するという訳である．

このLindeの主張に従えば，宇宙の波動関数がHartle-Hawking型であろうとVilenkin型であろうと観測的に違いはない．ほんの小さな確率でもインフレーションの起きる領域が存在することを予言するものならよいということになる．Lindeはさらに，この考え方を進めて，未来だけでなく過去に向かっても永続的なインフレーションモデルを考えれば，宇宙の初期条件は全く必要がなくなるというアイデアを提案している．ただし，宇宙が空間的に至る所一定スピード以上で膨張していれば，永続的インフレーション宇宙は有限な過去の始まりをもつことがA. Borde, A.H. Guth, Vilenkinにより示されているので[8]，このLindeのアイデアはそのままではうまくゆかない可能性が高い．

この永続的インフレーションという考え方は，ある意味で古い標準宇宙モデルの基礎となった宇宙原理の対局に立つものである．それは突き詰めれば，物理法則の許容する現象はインフレーションと整合的である限り，宇宙のどこかで実現するという考え方になる．これは一見，量子宇宙論の必要性に終止符を打つかに見える．しかし，その議論を詳しく見てみると，量子場のゆらぎを確率的な古典ゆらぎで置き換えるというアイデアが根底にあることが分かる．この量子ゆらぎの時空構造への作用の問題は，本来，量子宇宙論で取り扱うべき問題であったはずである．この視点から見ると，永続的インフレーションを与える宇宙の波動関数を与えて初めて，永続的インフレーションの考え方が正当化されると思われる．また，たとえ永続的インフレーション原理が正しいとしても，物理法則の許容するすべての現象が起きるかどうかは自明でない．例えば，現在の超弦理論に基づく統一理論では，余分な次元のコンパクト化が必要となる．このコンパクト化の方法は離散的であるので，時空の連続性を仮定すると，様々なコンパクト化が異なった領域で実現することは考えにくい．したがって，永続的インフレーションモデルでもコンパクト化の構造は一様である可能性がある．この場合，どのようなコンパクト化が実現されるかを決定するのもやはり量子宇宙論の役割となる．この問題に解答を与えるには，これまでのような極度に単純化されたモデルではなく，重力を含む統一理論に基づいて量子宇宙論を展開することが必要となる．量子宇宙論が再び主役の座に返り咲くには，これらの課題に明確な解答を与える必要がある．

参考文献

1) Wiltshire, D.: An introduction to quantum cosmology, in Robson, B., Vishvanathan, N. and Woolcock, W. eds., *Cosmology: The Physics of the Universe*, 473–531 (World Scientific, 1996).
2) 早田次郎：数理科学 **No.469**, 43–49 (2002).
3) Vilenkin, A.: *gr-qc/0204061*.
4) Levkov, D., Rebbi, C. and Rubakov, V.: *gr-qc/0206028* (2002).
5) Polchinski, J.: *Phys. Lett.* **B 219**, 251–257 (1989).
6) Ambjørn, J., Jurkiewicz, J. and Loll, R.: *hep-th/0105267*.
7) Bojowald, M.: *Class. Quantum Grav.* **19**, 2717–2741 (2002).
8) Borde, A., Guth, A. and Vilenkin, A.: *gr-qc/0110012* (2001).

（こだま・ひでお，京都大学基礎物理学研究所）

宇宙マイクロ波背景放射の観測は何を明らかにしたのか？

杉山　直

宇宙マイクロ波背景放射は宇宙論にとって観測的に最も重要な対象である．とりわけ，最近になって，その温度のわずかな空間分布の揺らぎが，宇宙論に関する多くの情報をもたらしてくれることが明らかになった．ここでは，温度揺らぎによって，これまでにいったい何が明らかになったのか，そして，今後どこまで宇宙がわかるようになるのかについて，解説する[1]．

1. 宇宙マイクロ波背景放射

1964年，ベル研究所のペンジャスとウイルソンは，波長7センチのマイクロ波と呼ばれる電波を用いて，天の川銀河を観測した．このとき彼らを悩ませた正体不明の雑音こそが，ビッグバンの証拠，宇宙マイクロ波背景放射であった．

この宇宙に充ち満ちた放射は，すでに1940年代にはガモフらによって，その存在が予想されていた．ガモフらは熱い宇宙のはじまりであるビッグバンを提唱した．そして，そこでは必然的に大量の放射が現在に至るまで，宇宙に残されているはずであることを示したのである．

ビッグバンは，その過程では重い元素を作れない（これは星の中で作られたことが後に判明した）という弱点があること，当時の指導的な天文学者が定常宇宙論という対抗する理論を提唱したことなどから，なかなか正しい理論として受け入れられなかった．

ビッグバンを証明するには，この残された放射を測定すればよい，と気づいたプリンストン大学のディッケによって率いられたグループが，まさにその準備を進めていたとき，ペンジャスとウイルソンの発見がもたらされたのは歴史の不思議な偶然の一つなのだろうか．彼らがあと数年早く，計画を進めていれば，ノーベル賞の栄冠はペンジャスとウイルソンではなくディッケのものとなっていたはずである．

しかし，この背景放射がビッグバンによるものであるということを完全に決定づけるためには，そのスペクトル（強度の波長分布）を詳細に観測する必要があった．ビッグバンとは，高温の熱平衡状態である．熱平衡状態であれば，黒体放射，つまりプランク分布が実現しているはずなのである．

黒体放射の特徴は，温度のみの関数としてそのスペクトルが完全に決定されることである．ペンジャスとウイルソンの用いた波長7センチでの強度から，その温度は絶対温度3Kであることが明らかになった．

しかし，黒体放射であることを確認するためには，7センチよりもっと短い波長での観測が必須となる．3Kであれば，スペクトルのピークは数ミリの所にくるはずである．スペクトルの長波長側，プランク分布でいえば，レイリー・ジーンズ側は地上からの観測は容易である．しかし，1センチより短くなり，1ミリなどといった波長になると，とたんに大気によって吸収されてしまい，地上まで到達できなくなる．そこで，気球やロケットを用いた観測が多く行われたのだが，決定的なことがいえないまま，長い年月が過ぎた．

その状況ががらりと変わったのが1989年のことである．スペースシャトルの打ち上げ事故などによって，当初の計画より大幅に遅れたものの，宇宙マイクロ波背景放射を測定することを目的とした人工衛星，COBEが打ち上げられたのである[2]．

COBEは3つの独立した検出器を搭載していた．そのうちの一つが宇宙マイクロ波背景放射のスペクトルを広い波長にわたって測定するFIRASという検出器である．

このFIRASによって，6カ月間にわたって測定さ

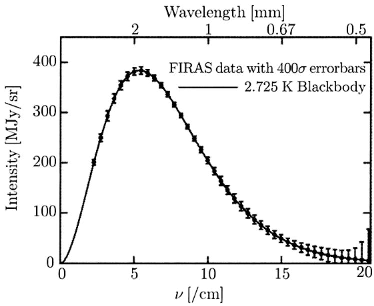


図 1 COBE/FIRAS による宇宙マイクロ波背景放射スペクトルの測定．誤差棒は 400 倍に拡大してある．黒体放射のスペクトルが実線．

れた全天の宇宙マイクロ波背景放射のスペクトルは，ほとんど完璧な黒体放射であった[3]．実際，図 1 にあるのが，その測定結果の誤差棒を 400 倍に拡大したものと，黒体放射のスペクトルである．この観測によって，温度は 2.725 ± 0.001K であることが明らかにされた[4]．

ビッグバンは確かに存在したのである．

さらに，DMR と呼ばれる検出器によって，その温度が空間の方向に対して，10 万分の 1 程度でしか異なっていないことがわかった[5]．10 万分の 1 の揺らぎの存在の意義については，後に詳しく述べるが，ここでは，逆に非常に等方である，ということを強調したい．

この宇宙マイクロ波背景放射がやってくる時期は，宇宙が晴れ上がる時期，つまり，宇宙が中性化した時期であると考えられる．それ以降は，この光は何ものにも妨げられることなく，宇宙を直進し，私たち観測者まで到達するからである．その時期は，赤方偏移にして $z = 1000$，宇宙誕生後およそ 40 万年後である．宇宙の現在の年齢，約 150 億年に比べ，これは非常に短いものである．宇宙マイクロ波背景放射を通して，私たちは原初の宇宙を見ることができるのである．現在のところ，観測可能な宇宙最古の化石は，宇宙マイクロ波背景放射なのである．

さて，宇宙に充ち満ちた，方向によらず同じ温度の黒体放射の存在，これはビッグバンの存在そのもの以外にも，非常に重要な情報をもたらしてくれる．

まず，方向によらず，同じ温度であることから，フリードマン宇宙の仮定，すなわち一様等方性をサポートする．

一方で，この等方性はまたビッグバンの大問題に発展する．この時期の宇宙の地平線，すなわち宇宙がはじまってから光が到達できる限界は，0.1 Mpc よりも小さかった．これは空の上での見込む角度にして，1 度以下にしかならない．等方である，ということは，地平線以上の距離へだたった領域から，ほとんど全く同じ温度の黒体放射がやってきていることになる．そこの時期までには，物理的に連絡することが不可能であったにもかかわらず，である．これがいわゆる地平線問題と呼ばれるものである．

もちろん地平線問題は，初期宇宙でのインフレーションの存在によって解決される．かつて因果的関係を持てた領域が，インフレーションによって莫大に拡大され，そこを今再び見ていると考えれば問題がなくなるのである．インフレーション以前に因果的関係を持てた領域では，高温の熱平衡状態によって温度が完全にならされているはずなのであるから．等方な宇宙マイクロ波背景放射は，インフレーションの間接的証拠であるといえるのである．

2. 温度揺らぎ

COBE によって，宇宙マイクロ波背景放射は，ほぼ完璧な黒体放射であり，その温度が方向によらないことが明らかになった．しかし，その温度には，じつはごくわずかな方向による違い，すなわち，揺らぎが同時に見つかったのである．

さて，宇宙マイクロ波背景放射の温度揺らぎは，次の 2 種類に区別して考える必要がある．

まず，黒体放射はどこでも完全に保たれているが，空の方向によってその温度が異なる，という場合が考えられる．例えば，私たちの太陽系が宇宙マイクロ波背景放射静止系に対して運動していれば，ドップラー効果によって，このような温度揺らぎが生じる．実際，1970 年代にはスムートたち[6] がすでに，この温度揺らぎを発見している．また，インフレーションによって生成された量子揺らぎも，この温度揺らぎの成分として見えるはずである．この揺らぎこそ，やがては宇宙の大規模構造へと成長していったものであると考えられている．そしてこれこそが，DMR が測定した温度揺らぎである．

一方，黒体放射をゆがませる，という温度揺らぎもある．例えば，スニヤエフ・ゼルドヴィッチ効果とし

て知られている，高温の電子による逆コンプトン散乱による黒体放射のゆがみが知られている．この散乱によって，エネルギーの低い光子に，エネルギーが与えられることになる．すると，レイリー・ジーンズ側が減り，ウイーン側が増加した，ゆがんだスペクトルに変わってしまう．実際に，銀河団を通過した宇宙マイクロ波背景放射を測定すると，この効果が見える．銀河団は高温のガスが密に存在しているために，測定可能なだけ大きな逆コンプトン効果がそこでは生じるのである．

黒体放射をゆがませる効果としては，さらに，化学ポテンシャルの効果があげられる．十分に熱平衡にあったビッグバンの時期でも，光子の数を調節できる過程（制動放射など）がきいていたのは，そのごく初期である．その後は，通常のコンプトン散乱のみで，これは光子の数をその反応の前後で変えることはない．すると，そのときまで大量に存在していた粒子が光子を放出して崩壊するなどの過程が働くと，光子の数が熱平衡からずれてしまう．エネルギーはコンプトン散乱によって再分配されるが，結果として化学ポテンシャルを生み出すことになるのである．

先に述べたように，銀河団がある場所など局所的には，黒体放射からのずれが見つかっている．しかし，宇宙全体として，これらのスニヤエフ・ゼルドヴィッチ効果や化学ポテンシャルの値はあったとしても非常に小さいことが，COBE の FIRAS によって明らかにされた．このことは宇宙の熱史に対して，強い制限を与えることになる．

3. 温度揺らぎの伝える情報

以下では，黒体放射が保たれたまま，その温度の空間分布が揺らいでいる，という場合を考える．前節で述べたように，この温度揺らぎは，インフレーション起源の揺らぎであり，宇宙の大規模構造の種となったものである．そのため，宇宙論に関する直接的な情報を含んでいることが期待される．

この温度揺らぎはそのパターンの大きさによって，生成の物理過程が異なり，また，その内包する情報が違ってくる．

まず，宇宙の晴れ上がりの時期の地平線よりも大きなスケールの揺らぎを考える．これは，空の見込む角度にして，1度よりも大きい構造である．じつは，COBE の DMR が測定できたのはこの揺らぎのみである．DMR は角度分解能が7度と非常にピンぼけであったからである．

さて，このような地平線以上の距離へだたった大きなスケールの揺らぎは，宇宙が晴れ上がるまで，つまり私たちが宇宙マイクロ波背景放射で観測している時代までには，因果的に結びついていなかった．このことは，このスケールの揺らぎがインフレーションで作られたそのままのパターンを凍結したまま残している，ということを意味する．

そこで，温度揺らぎのパターンを解析してみたところ，それは，インフレーションの予想するスケールフリーな揺らぎとピタリ一致したのである．スケールフリーとは地平線の中に新たに入ってくる揺らぎの2乗平均振幅がいつでも同じである揺らぎのことである．量子効果によって揺らぎを生み出すインフレーションでは，特定の波長（サイズ）の揺らぎが卓越することはないので，普通にはこのタイプの揺らぎが期待される．COBE の結果は，インフレーションの存在を非常に強く支持する結果であるといえる．

次に，中間スケール（1度以下，数分以上）の大きさの温度揺らぎについて考えてみよう．このスケールでは，宇宙の晴れ上がりの時期までに物理過程が働いて，インフレーションの作りだした揺らぎとは別なパターンに変わっていると考えられる．

晴れ上がり以前の宇宙は，電子，陽子，そして光子が混ざった流体であった．これは圧縮性の流体である．圧縮性の流体の揺らぎは，音波であることは一般によく知られている．晴れ上がりまでは，宇宙には音が響き渡っていたのである．この楽器の大きさは，ちょうど宇宙の地平線（厳密にいうと音地平線＝宇宙がはじまってから音波が到達できる限界）であり，そこに基準振動と倍音が鳴っていたのである．この音の作りだすパターンを温度揺らぎとして私たちは観測する．

音地平線は，地平線の場合の光速を音速で置き換えればよい．この大きさは，晴れ上がりの時期までは，わずかに地平線より小さい程度である．しかし，この大きさは，また，宇宙に存在している電子（または，陽子）によってその大きさを変える．陽子の量は，ヘリウムの量がわかっていれば，ほとんどそのままバリオンの量でもある．宇宙に存在しているバリオンの量が多ければ多いほど，音地平線は小さくなるのである．その理由は，電子，陽子，光子の混合流体の圧力が小さくなり，結果として音速も小さくなるからである．またバリオンの量が多くなれば，音の振幅も大きくな

る．これも，圧力が小さいために，大きな振幅がとれるのである．

音地平線が，楽器の大きさ，つまり音程を決めているのであるから，音地平線のサイズが変わると，観測される温度揺らぎの典型的なパターンのサイズが変わることになる．また，振幅が大きくなるということは温度揺らぎのコントラストが大きくなるということである．

一方，音地平線の物理的な大きさが同じであっても，宇宙の幾何学構造によっては，その観測される見かけの大きさ，つまり温度揺らぎのパターンが大きく異なったものになる可能性がある．

宇宙の空間曲率が正であれば，ちょうど晴れ上がりの時期から私たちまでの間に凸レンズが存在しているように，すべての構造が拡大して見える．音地平線の大きさに対応する，音波の作る温度揺らぎの構造が見かけ大きくなるのである．

一方，もし空間曲率が負であれば，今度は凹レンズの空間であり，すべての構造が縮小して見える．この場合は，温度揺らぎの音波モードも見かけ小さくなるのである．

その他にも，晴れ上がりの時期にどれだけ放射成分（光子のような質量 0 の成分）が，物質成分に対して存在していたかで，パターンは変化する．まず放射が多いと音地平線の大きさが小さくなる．そのため，パターンの大きさが小さくなる．次に，圧力の存在で，自己重力による密度揺らぎが成長を阻害される．これによって，重力ポテンシャルが音波の振動に変換され，結果として音波の振動は大きくなる．

この放射成分は，宇宙マイクロ波背景放射自身と，ニュートリノによって占められている．もし，ニュートリノのファミリーの数が 3 よりも大きければ，放射が多くなることになる．もちろん新たなニュートリノの質量がごく小さい場合に限る話ではあるが．また，ニュートリノ以外の何らかの未知の質量の非常に軽い粒子が宇宙に大量に存在していれば，やはり，同様に放射成分が物質に比べ多くなる．また，現在の物質の量が少なければ，やはり，晴れ上がりの時期の放射成分が物質成分に比べ多くなるのである．このように，この効果によって，現在の宇宙の物質の量や，質量の小さい物質の量（ニュートリノも含む）を推定することが可能となる．

最後に，数分以下の小さなスケールの揺らぎについて述べよう．数分スケールとは，ちょうど後に銀河に成長する程度のサイズの揺らぎである．このスケール以下では，晴れ上がりまでの間に，電子と光子の間の拡散過程によって，揺らぎが消されてしまう．そのため，これより小さい温度揺らぎは存在できない．

例外は，晴れ上がり以後，例えば，電離したガスを含んだ大きな構造が運動し，そこを通過する宇宙マイクロ波背景放射にドップラー効果を及ぼし，温度揺らぎを生成したりする，二次的な効果である．インフレーションによって生成されたもとからの揺らぎはこれ以下の小さなスケールには見つからない．しかし，このスケールはまた，散乱過程によって，その大きさを変える．例えば，バリオン（陽子）の量，すなわち電子の量が多ければ，散乱はより頻繁に起こり，そのため光子の平均自由行程も短くなり，拡散長が短くなる．この場合は，バリオンの量が少ない場合に比べ，より小さなスケールまで，もともとの揺らぎが存在することが可能になるのである．

4．温度揺らぎの観測から明らかになったこと

前節で見てきたように，宇宙マイクロ波背景放射の温度揺らぎの空間パターンには宇宙論の情報が豊富につめこまれている．COBE による温度揺らぎの発見の後，このことが明らかになり，現在競って気球や地上の干渉計を用いて，観測が進められている．ここでは，これまでいったい何が明らかになったのかをまとめる．

まず，COBE のおさらいをしよう．角度分解能は 7 度と非常にピンぼけであり，検出器の感度もあまりよいとはいえなかったものの，初めての人工衛星による全天での宇宙マイクロ波背景放射の測定は，これまでとは全く次元の異なったデータを供給することに成功した．

先に述べたように，そこで見つかった温度揺らぎは，まずそのパターンがインフレーションの予想するスケールフリーのものと一致した．

次に，この温度揺らぎの 2 乗平均値から，大規模構造となった密度揺らぎが，インフレーションで生み出されたときの大きさも決定できる．これによって計算される現在の密度揺らぎの理論値と実際の大規模構造を比較することで，ダークマターの性質，そしてその量が明らかになった．その結果は，ダークマターは運動エネルギーが小さく冷たいもの，いわゆるコールドダークマターであり，その量は，宇宙を平坦にする密度の 3 割程度であればよいことがわかった．

この揺らぎの統計的性質を調べることも，インフレーションでの揺らぎの生成のメカニズムを知る上で重要である．その結果は，揺らぎの大きさが 0 の周りにランダムに分布しているガウス分布であることが明らかになった．これはまさに量子的な揺らぎが作りだすものである．

COBE の発見の後，音波モードを測定すべく，中間スケールの温度揺らぎに照準をしぼった観測が数多く行われている．中でも，注目に値するのは，2000 年 4 月に発表された BOOMERanG と呼ばれるアメリカ，イタリアの共同計画である．これは，巨大気球を用いて，南極点の周りを周回し，その間データをとる，という野心的な計画である．1998 年の 12 月から翌年の 1 月にかけて 10 日間のデータをとることに成功し，その解析を行ったのである[7]．通常の気球であれば，一昼夜程度のデータしかとれない所を，10 日も観測することができたために，空の大きな部分（全天の 2～3%）を見ることが可能になったのである．

そこで見つかった温度揺らぎのパターンは，音波モードが予想するものとピタリと一致した．そして，そのパターンの大きさは宇宙の曲率がほぼ 0 であることを示唆していた（図 2）．宇宙は平坦だったのである．

BOOMERanG と時を同じくして，アメリカの気球計画 MAXIMA も同様の結果を発表した[8]．さらに，1 年後には，両計画とも，データ解析をやり直し，より精度の高い結果を得[9, 10]，また新たな DASI[11] と呼ばれる南極での地上からの干渉系による観測が発表された．これらは空の別な領域をそれぞれ測定したのであるが，その結果はすべて一致していた．

さらに，2002 年には，CBI[12]，VSA[13] といったグループが新たな観測結果を発表した．これらは，これまでよりも角度分解能がよい実験であり，音波の基準モードだけでなく，倍音成分，さらに拡散による揺らぎの消失まで見つけ出した．

COBE を除く観測はいずれも，まだ空のごく一部しか測定していないが，そこで得られた結果は，理論の予想とその温度のパターンの角度依存性はほぼ完全に一致している．CBI の結果で一つ興味深いのは，確かに拡散によって数分以下の揺らぎは消えているのだが，1 分よりも小さいスケールの揺らぎが，再び存在していることである．拡散ですべて消えているはずなのにもかかわらず．これは，銀河団などによって二次的に作られた揺らぎを見ているのかもしれない．

これまでのデータをまとめて，フリードマン宇宙の進化をつかさどるいわゆる宇宙論パラメータの値を統計解析によって調べてみると，宇宙は平坦（曲率 0）であること，ダークマターは宇宙を平坦にする量の 2 割から 3 割であること，残りは宇宙項によって担われていること，バリオンの量は，軽元素合成の理論と重水素，ヘリウムの観測から求められた制限とぴったり合っていて，宇宙を平坦にする量の 4%程度であること，という答が得られる．また，インフレーションの予想するスケールフリーの揺らぎともよく一致している．しかし，今のところはまだ，これらの結果は誤差も大きく，決定的とまではいえない．

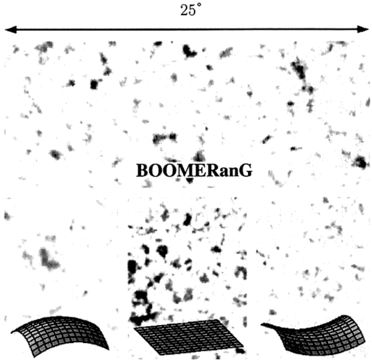


図 2　BOOMERanG による温度揺らぎの観測（上図）と，理論計算（下図）の比較．下図は左から宇宙の曲率が，正，0，そして負の場合の計算．揺らぎの典型的サイズ（大きさ）の比較から，宇宙の曲率はほぼ 0 であることがわかる．ここで，揺らぎの強弱（図の濃淡）はあまり気にしないでいただきたい．これはバリオンの量などでコントロールできるからである．BOOMERanG のホームページ http://www.physics.ucsb.edu/~boomerang/より転載．

一方で，以上の結果は，超新星探査（本特集中，土井守氏参照）から期待される宇宙項の存在や，銀河団や大規模構造から期待されるダークマターの量などと，よい一致を示している．

5. そして将来

ここで見てきたように，宇宙マイクロ波背景放射，そしてその温度揺らぎには，宇宙論に関する豊富な情

報が含まれていることが明らかになり，そのための観測が急速に進んでいる．

特に，今注目されているのが2つの人工衛星の計画である．まず，アメリカのNASAとプリンストン大学などを中心としたMAP計画が挙げられる．すでに，2000年6月には打ち上げられ，ラグランジュポイント（その中でもL2）と呼ばれる地球から150万キロほど太陽とは逆側に離れた準安定点で，データを刻々ととっている．最初の科学的成果は2003年1月に発表される予定である．この号が発行される頃かもしれない．結果が楽しみである．この衛星は，比較的波長の長い所で，10分程度の角度分解能で全天の温度分布を測定している．拡散で揺らぎが消えるスケールまで見ることができるほどシャープではないが，音波モードの三倍音程度まで観測可能である．宇宙論パラメータを精密に決定するものと期待される．

ディッケとともに，宇宙マイクロ波背景放射の測定計画を進め，またMAPの中心メンバーでもあった，プリンストン大学のウイルキンソンが，MAPの結果発表の直前，2002年9月に亡くなったのは，惜しまれる．

もう一つが，PLANCKと呼ばれるヨーロッパの衛星計画である．こちらはMAPより，広い波長（より短い波長まで）をカバーし，かつ，よりよい角度分解能で，温度分布の全天分布を測定するものである．拡散のスケールまで見ることができること，また晴れ上がりのときのトムソン散乱によって生成される偏光の測定もおそらく可能であることなどから，MAPとはまた異なった情報をもたらしてくれるものと期待される．この偏光は，宇宙マイクロ波背景放射が最後に散乱されたときの情報を与えてくれること，また，通常のスカラー型の揺らぎ以外のテンソル型の揺らぎを区別することができることなどから，新たな観測量として期待されている．ここで，スカラー型とは重力不安定性（物質の集まっている所に，さらに物質が次々と集まってくる）によって成長する通常の密度揺らぎであり，テンソル型とは，時空のさざ波である重力波によって生成される揺らぎである．テンソル型の揺らぎを測定できれば，インフレーションでの揺らぎの生成の過程に迫ることができるのである．

本稿を校正中にも，前述のDASI（シカゴ大学を中心としたグループ）が，宇宙マイクロ波背景放射に偏光成分を見つけ出した，というビッグニュースが飛び込んできた[16]．そこで見つかったのは，温度揺らぎの10%程度の偏光で，これは理論的に予想されていた値とぴったりと一致した．今のところ，テンソル型の揺らぎの存在を示す兆候は見つかっていない．

宇宙マイクロ波背景放射の温度分布の観測により，宇宙論パラメータを決定したり，インフレーションの情報を得たりすることが，今まさに可能になってきた．今後数年の間，観測の進展に，注目していただきたい．

参考文献

1) 宇宙マイクロ波背景放射と宇宙論に関してまとまった参考書として，杉山　直『膨張宇宙とビッグバンの物理』，岩波書店，2001.
2) COBE ホームページ，http://space.gsfc.nasa.gov/astro/cobe/cobe_home.html.
3) J.C. Mather et al., *Astrophys. J. Lett.* **354**, L37 (1990).
4) D.J. Fixsen et al., *Astrophys. J.* **473**, 576 (1996).
5) G.F. Smoot, et al., *Astrophys. J. Lett.* **396**, L1 (1992).
6) G.F. Smoot, M.V. Gorenstein, & R.A. Muller, *Phys. Rev. Lett.* **39**, 898 (1977).
7) P. de Bernardis, et al., *Nature* **404**, 955 (2000); A.E. Lange, et al., *Phys. Rev.* **D 63**, 042001 (2001).
8) S. Hanany, et al., *Astrophys. J. Lett.* **545**, L5 (2000).
9) C.B. Netterfield, et al., *Astrophys. J.* **571**, 604 (2002).
10) A. Lee, et al., *Astrophys. J. Lett.* 561, L1 (2001).
11) N.W. Halverson, et al., *Astrophys. J.* **568**, 38 (2002).
12) B.S. Mason, et al., astro-ph/0205384.
13) P.F. Scott, et al., astro-ph/0205380.
14) MAP ホームページ，http://map.gsfc.nasa.gov/.
15) PLANCK ホームページ，http://astro.esa.int/Planck/.
16) J. Kovac et al., astro-ph/0209478.

（すぎやま・なおし，国立天文台理論天文学研究系）

超新星を用いた宇宙膨張観測

土居　守

この稿では超新星を用いた宇宙膨張の測定が，実際にはどのようになされているのか，観測方法を中心にご紹介する．杉山氏の稿にあった宇宙背景放射の精密測定に先駆けて，遠方の超新星を観測しているグループ（2 チーム）から，現在の宇宙膨張においては宇宙項が効いており，宇宙膨張は加速している，という驚くべき報告があった．その後出てきた宇宙背景放射からの結果と比較的よく合っているため，宇宙項が効いて宇宙膨張が加速しているという結果は，かなり確からしいと考えられ始めている．この稿では，測定方法の解説と共に，引き続き行われている詳しい観測についてご紹介したい．宇宙の膨張の測定と聞くと気が遠くなりそうに感じる読者の方もいらっしゃるかもしれないが，測定方法は案外単純である．

以下，まず超新星を用いた宇宙膨張測定の原理と，超新星，特に宇宙膨張測定に用いられる Ia 型超新星について簡単に記す．その後，超新星をどうやって発見するか，あるいはどのように精度よく明るさを測定していくかなどの，実際の観測方法について記す．特に日本がハワイ・マウナケア山に作った口径 8.2 m のすばる望遠鏡が目ざましい成果を挙げ始めており，超新星観測の最前線の様子をご覧にいれる．最後に，今後どのように研究が展開していくか，いくつかの計画やアイデアもご紹介する．

1. 宇宙膨張測定の原理

宇宙膨張を調べるためには，まず宇宙膨張を定式化するということを行う．宇宙の膨張は，一般相対性理論と，宇宙が一様・等方であるということを使って定式化される．基本的な結果は，地球上で物体を投げ上げるのに譬えることができる．投げ上げの初速度が遅いと，物体は上昇した後，引力のため再び地上に落下してくる．投げ上げ速度がどんどん速くなるほど，物体はどんどん高くまで上昇する．そして地球の引力にぎりぎり打ち勝つ速度（脱出速度）に達し，その速度を越えると，再び地上に戻ってくることがなくなる．簡単のため，空気抵抗や地球の回転を無視すれば，投げ上げの初速度と，地球の引力（重力）で，物体が脱出速度を越えるかどうかが決まる．実際の宇宙の場合，膨張の初速度はよくわかっていないが，現在の膨張速度は，ハッブル定数と呼ばれ，約 70 km/s/Mpc*1) であり，天体（例えば銀河）同士がどんどん遠ざかっていることが知られている．

一方，引力（地球の重力）にあたるものは，宇宙の中にどのくらい「もの」が詰まっているかで決まると考えられる．「もの」同士が互いに引き合う力が，互いに離れていくのを引き止める役割を果たすのである．ただし，宇宙膨張の場合，一般相対性理論を用いるので，ここで言う「もの」には，通常の質量を持つ物質だけでなく，光の放射のエネルギーなども含まれる．

さて，宇宙膨張を記述する式について，ここでは結果のみを記すと，

$$H^2 \equiv \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G\rho}{3} - \frac{k}{a^2} + \frac{\Lambda}{3} \qquad (1)$$

と書ける．ここで，G は万有引力定数，ρ は宇宙の「もの」の密度，k は曲率項と呼ばれ，±1 か 0 の値をとる，宇宙の形状（曲率）を決める項である．a はスケールファクターと呼ばれ，宇宙の「大きさ」が現在の何倍であったかを表す量である．$H = |\dot{a}/a|$ は無次元化した宇宙膨張速度であり，現在の膨張速度 H_0 はハッ

*1)　Mpc：メガパーセク = 10^6 パーセク，1 パーセクは 3.26 光年．

ブル定数となる．Λ は宇宙定数で，積分定数として導出され，実際の宇宙膨張に合わせて決める必要がある．(1) 式は，宇宙膨張の速度は，宇宙の「もの」の密度と，曲率項のほか，宇宙定数で決まることがわかる．

次に (1) 式の両辺を無次元化するため，臨界密度 $\rho_c = 3H_0^2/8\pi G$ で割り，また現在から過去に遡る形式で表すと，

$$H^2 = H_0^2\{\Omega_M(1+z)^3+\Omega_R(1+z)^4+\Omega_\Lambda-\kappa_0(1+z)^2\} \tag{2}$$

と書ける．ここで添え字 0 は現在における値を表す．z は赤方偏移であり，

$$1+z=\frac{a_0}{a}, \quad \kappa_0=\frac{kc^2}{a(t_0)^2H_0^2}$$

である．Ω_M は通常の物質の密度を臨界密度 ρ_c で割った量であり，我々が通常知っている通り，体積が膨張すると，体積（長さの 3 乗）に反比例して密度が薄まる成分を表す．同様に Ω_R は放射のエネルギーを臨界密度で割った量であり，体積が膨張するとき，密度が薄まるだけでなく，波長も伸びていくため，体積の 4/3 乗（長さの 4 乗）に反比例する．Ω_Λ は，このような宇宙の膨張に影響されないような量となる．もちろん，宇宙膨張に対してこれらと違った変化をする「もの」を導入することも考えられるが，未知の変数をむやみに導入するよりは，物質や放射のほかには，Ω_Λ だけを導入して説明を試みるのが通常である．

さて，次に観測可能量である，天体の見かけの明るさについて考える．まず宇宙論的な効果の効く遠方の天体の明るさを議論するとき有用な概念として，「光度距離」がある．宇宙論的な効果を考えないとき，光は真空中では，球面状に広がっていくため，見かけの光度は距離の 2 乗に反比例して暗くなる．宇宙論的効果が入ると，体積の膨張で薄まっていくと考えるとき，体積が時間変化をしている効果も考慮する必要がある．「光度距離」は，宇宙膨張の効果が入っても，明るさが「光度距離」の 2 乗に反比例するとして定義される．すなわち光度距離 D_L は天体の光度 L と観測されるフラックス F（単位時間・単位面積・単位振動数あたりのエネルギー）の間には

$$D_L \equiv \left(\frac{1}{4\pi F}\right)^{1/2} \tag{3}$$

の関係がある．このとき，

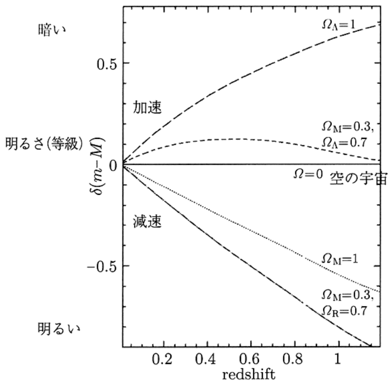


図 1　一定の明るさの天体の変化．

$$D_L = \frac{c(1+z)}{H_0\sqrt{\Omega_k}}\chi\left(\sqrt{\Omega_k}\int_0^z dz'\left\{(1+z')^2(1+\Omega_M z') - z'(2+z')\Omega_\Lambda\right\}^{-1/2}\right) \tag{4}$$

となる．ただし $\Omega_k = 1-\Omega_M-\Omega_\Lambda$，$\chi(x)$ は $\Omega_k>0$ のとき $\sinh(x)$, $\Omega_k=0$ のとき x，$\Omega_k<0$ のとき $\sin(x)$ である．ただし，現在では放射のエネルギーは，物質に比べ十分小さいので，$\Omega_R=0$ とした．

この結果は赤方偏移 z を与えると，光度距離，したがって天体がどれくらい暗くなるかを与えている．これを図示したものが図 1 である．$\Omega=0$ の空の宇宙に比べ，Ω が有限量で存在するとき，どのくらい見かけの明るさが変化するかを，等級（$-2.5\log_{10}$）の単位で描いたものである．$\Omega_M=1$ の宇宙では，物質による引力のぶん，減速されるため，同じ赤方偏移に対して光度距離は小さくなり，見かけの明るさは明るく見える．一方，$\Omega_\Lambda=1$ の場合には，空の宇宙よりも暗く見えることになる．

このとき，膨張の減・加速について考えてみる．よく用いられてきた量として，減速パラメータ q_0 があり，以下のように定義される．

$$q_0 \equiv -\left(\frac{\ddot{a}a}{\dot{a}^2}\right)_0 = \frac{1}{2}(\Omega_M-2\Omega_\Lambda+2\Omega_R) \tag{5}$$

現在では $\Omega_R\sim 0$ であるので，Ω_Λ が Ω_M の半分以上あれば，宇宙膨張は「負の減速」すなわち加速していることとなる．図 1 の $z\sim 0$ において，観測の結果

が $\delta(m-M)=0$ の直線よりも上にくれば宇宙膨張は加速，下にくれば減速ということになる．

以上のように，宇宙膨張の測定方法としては，ある天体を，遠方に持っていき，その赤方偏移と明るさを測定するだけで良いことがわかる．実際には，明るさが変わらないと考えられる天体（標準光源）について，異なる赤方偏移にあるものの見かけの明るさを測定すれば良い．

2. 標準光源としての Ia 型超新星

さて，それではこのような宇宙膨張の測定における標準光源としては，どのようなものが良いであろうか．現在最も良いとされているのは，Ia 型超新星である．Ia 型超新星は，明るいため，宇宙論的効果の効くような，赤方偏移～1 の宇宙でも観測可能であり，また観測的にほぼ明るさが一定で，その理論的な裏づけがある程度ある[1]．以下，Ia 型超新星について簡単に解説する．

超新星には，スペクトルによって I 型と II 型があり，I 型はスペクトルに水素のラインが見えない．I 型の中でも Ia 型は，シリコンのラインが見られる．同じ I 型でも，シリコンのラインが見られないものには Ib 型と Ic 型があり，ヘリウムのラインが見える Ib 型，ヘリウムのラインが見えない Ic 型に分けられる．Ib 型，Ic 型は，むしろ II 型と同じ，質量の大きい星（太陽の約 8 倍以上）が，進化の終わりに鉄のコアの重力崩壊を起こして爆発する大質量星の終末である．これに対して Ia 型は，電子の縮退圧で自己重力を支えている白色矮（わい）星が，連星系にあり，相手の星から少しずつガスが降着し，やがて電子の縮退圧で支えられる限界の質量（チャンドラセカールの限界質量）を越えて核爆発すると考えられている[2]．チャンドラセカールの限界質量（太陽質量の約 1.4 倍）は，物理の基本定数だけで記述できる定数で，星間空間の環境にはほとんど影響されないと考えられ，Ia 型超新星の明るさがほぼ一定であることの理論的裏づけとなっている．ただし少し後で述べるように明るさがほぼ一定ではあるが，完全に一定ではない．

なお，Ia 型超新星は，銀河の形態によらず発見され，進化した連星系の白色矮星というモデルと矛盾しない．また，スペクトルの上でも，II 型超新星が様々なスペクトル的特徴を示すのに比べ，比較的似たスペクトルを示している．

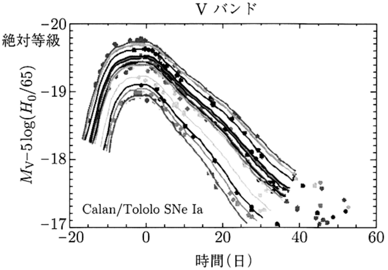


図 2　近傍の Ia 型超新星の光度曲線（A. Kim 氏他による）．

さて，図 2 に，近傍の銀河に出現した Ia 型超新星の明るさの時間変化（光度曲線）を示した．縦軸の絶対等級とは，天体を 10 パーセクの距離に仮に置いたときの明るさを等級で表したもので，1000 億個以上の恒星からなる銀河の典型的な明るさが約 −20 等であるのに対し，Ia 型超新星もわずかに暗い程度である．このことは，宇宙論的距離にあっても観測できるという大きな利点を表している．これに対してハッブル定数を決めるため近傍銀河で用いられている標準光源，例えばセファイド型変光星などは，暗すぎて遠方では観測できない．

図 2 の光度曲線からは，明るい Ia 型超新星ほど光度曲線の暗くなり方がゆっくりしていることも見て取れる．理論的には，超新星の増光・減光のタイムスケール τ と吸収係数 κ の間に $\tau \propto \kappa^{1/2}$ の関係があるが，κ は ^{56}Ni の量の多い，明るい超新星ほど Fe や Co イオンによって大きくなるため，明るい Ia 型超新星ほどゆっくり増光・減光をすると考えられている．図 3 には，最大光度から 15 日たったときどのくらい暗くなるかを調べ，暗くなる速さを同じにするように時間方向を定数倍した結果を示した．図 2 で大きくばらついていた明るさは，この補正を行うことにより，ばらつきがたいへん小さくなることがわかる．図 3 における明るさのばらつきは，約 0.1 等（約 10%）である．したがって図 1 で，宇宙膨張パラメータをかなりよく測定でき，宇宙膨張が加速しているか減速しているかも区別できることがわかる．したがって Ia 型超新星を近傍から遠方にかけて見つけ，光度曲線などの観測により補正された最大光度を求めていけば良い．

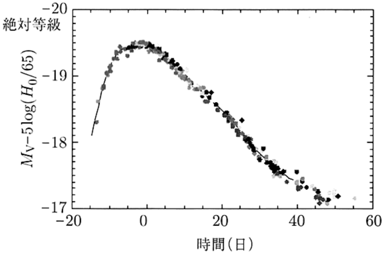


図 3　補正後の近傍の Ia 型超新星の光度曲線（A. Kim 氏他による）.

3. 超新星の発見と分光

さてそこで超新星，特に Ia 型超新星を見つける必要がある．超新星の出現率はたいへん大ざっぱに言って，銀河 1 個あたり 100 年に 1 個程度である．そのうち Ia 型超新星の出現率は，銀河 1 個あたり 300 年に 1 個程度であるので，Ia 型超新星が仮に 20 日間輝くとすると，銀河約 5000 個を探すと 1 個爆発して輝いているのが見つかることになる．

銀河を 5000 個探すというのはたいへんなことである．一晩に銀河を数十個探すとして，数百晩を要し，1 個ずつ探していてはたいへんである．銀河を 1 個ずつ探していくしかない近傍の銀河では，プロ・アマチュアを問わず多くの望遠鏡が向けられているが，現在でも II 型超新星を合わせて数日に 1 個しか見つからない．

一方遠方の超新星はどうだろうか．大型望遠鏡に取り付けられた広視野 CCD カメラで撮像を行うと，一度に数万個の銀河が写っている．したがって，適当な時間間隔を空けて撮った 2 枚の画像を比較すると，ほぼ確実に見つかることになる．図 4 は，国立天文台がハワイ・マウナケア山に建設した，8.2 m すばる望遠鏡の広視野カメラ，Suprime-Cam で約 1 時間撮像観測を行った画像である．画像の表示の限界から暗い天体がどの程度写っているかわかりにくいかもしれないが，拡大した部分をご覧になるとわかるように，全体としてほとんど見えないような部分でも，実はいくつも天体が写っていることがわかる．そして矢印で示した天体が，その後の観測で赤方偏移 0.93 の超新星であった．この超新星を発見するためには，1 時間程度の撮像観測を，約一カ月離して 2 回行っただけである．大型望遠鏡を用いれば，超新星はたいへん簡単に発見できる時代となったのである．

ただし，実際に取得された画像は，1 枚が 160 メガバイト，写っている天体の数は数万個であり，目で探すことは難しい．そこで，画像同士の引き算をして，超新星を発見する．ただし，この際には注意深い画像処理が必要である．図 5 の左上は 2001 年 4 月の画像，右上は 5 月の画像であるが，そのまま差し引くと，大気による「星像のにじみ具合（シーイング）」が異なるため，うまく引けない．そこで 5 月の画像を 4 月の画像に合わせるような画像処理を行い，その結果（図 5 左下）を 4 月の画像から差し引くと，鮮やかに超新星だけが浮かび上がる（図 5 右下）．このようにして，1 組の画像からいくつかの超新星の候補が見つかってくる．

さて，候補が見つかると，次は分光器でスペクトルを取得する．スペクトル取得の目的はいくつかある．第一には，超新星であることを確認すること，第二には超新星のタイプ（型）を決めること，また第三には赤方偏移を測定することである．

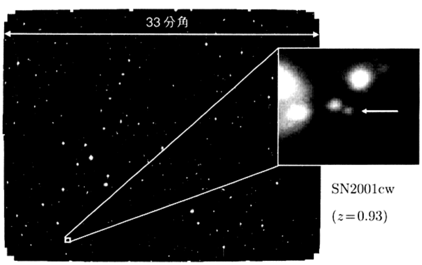


図 4　すばる望遠鏡 Suprime-Cam による画像.

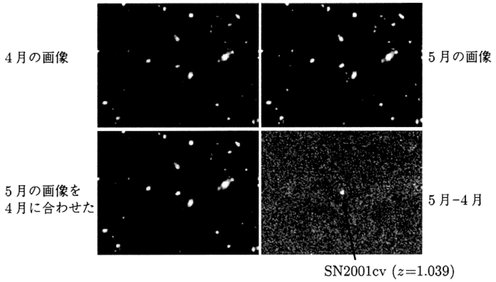


図5　撮像データ解析の例.

まず，超新星であることの確認であるが，明るさが増光する暗い天体には，超新星のほかに，移動天体（小惑星など）や，変光星，活動銀河核などがある．移動天体は，同じ日の撮像データのうち前半と後半で分けて移動があるかどうか調べることで区別がつく．また，変光星は通常遠方の超新星よりずっと明るく，また頻度も少ない．最も超新星と区別が難しいのは，活動銀河核である．活動銀河核とは，銀河の中心部にある巨大ブラックホールにガスが降着して，たいへん明るく輝く現象である．明るいものは，銀河全体よりも明るく輝き，しかも大きな変光を示すので，銀河の中心付近に出現した超新星と区別をすることは，画像のみを使ってはたいへん難しい．しかしながら，分光を行うと，超新星のスペクトルには，たいへん特徴的な幅の広い吸収線がいくつも見られるので，比較的簡単に分類できる．

さて，超新星だと判明すると同時に，そのスペクトルの特徴から，Ia 型であるとか，II 型であるとか，タイプを決めることになる．図 6 のギザギザした線は，すばる望遠鏡の微光天体分光器 FOCAS によって取得された，赤方偏移 0.93 の超新星のスペクトルである．重ねて描かれている比較的滑らかな線は，近傍に出現した超新星 SN1989b のスペクトル（最大光度の 5 日前）である．観測時間（75 分）の限界から，遠方の超新星のスペクトルは，まだ光量が少ないため，誤差が大きいが，最大光度付近の Ia 型超新星であることはほぼ確実である．

赤方偏移の測定については，基本としては，近傍の超新星と遠方の超新星のスペクトルを比較し，最もずれが小さくなるような赤方偏移を求める．しかし遠方の超新星のスペクトルは，図 6 でわかるように，測定

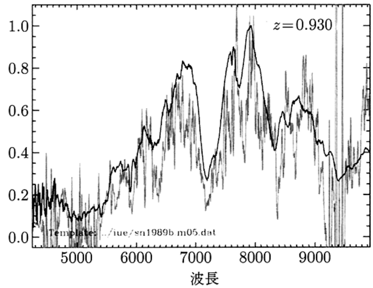


図6　すばる望遠鏡 FOCAS による Ia 型超新星（赤方偏移 0.93）のスペクトル.

誤差が大きい（信号雑音比が小さい）ため，あまり高い精度の測定は難しい．例外として，超新星の出現した銀河（母銀河）に，輝線がある場合にはどれだけ波長が伸びているかの測定が容易で，精度よく赤方偏移が測れる．ただし，母銀河に輝線が見えるということは，星生成活動が活発な，塵やガスの多い銀河ということになる．塵は超新星の光を遮り，宇宙膨張測定のための超新星観測という立場からすると，できるだけ塵の多い銀河に出現した超新星は使いたくないので，観測時間が余分にかかっても，母銀河ではなく超新星で赤方偏移を決めるほうが本当は良い．

4. 超新星の明るさを精度よく測る

分光観測により超新星が Ia 型の超新星だとわかり，また赤方偏移が確定すると，最後に必要なことは，最大光度を求めることである．ここで必要となる要素は

2つある．1つは光度曲線（図2）から，暗くなる速さを補正した最大光度を出すこと，他の1つは，観測波長域が赤方偏移により変わっている効果を補正すること（K補正と呼ばれる）である．

図7にすばる望遠鏡で見つけた超新星を，ハッブル宇宙望遠鏡のカメラ（ACS）で追加観測を行った暫定的な結果を示す．ハッブル宇宙望遠鏡は視野がSuprime-Camの約百分の一しかなく，超新星を発見するにはあまり向いていないが，追加観測においては2つの特長がある．第一には，地上からの観測と異なり大気の悪影響がない．大気のゆらぎに起因する星像の乱れがなくシャープな画像が取得でき，かつ大気の散乱光もないため，特に超新星のような点光源に対しては，地上の望遠鏡よりも短時間で精度よい明るさの測定が行える．また，第二に，月の満ち欠けと無関係に観測時期を決められるため，希望の時間間隔で光度曲線の測定が行える．これにより，約10%の精度で最大光度を求めることができる．

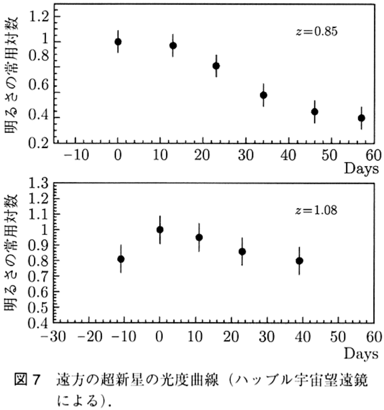


図7　遠方の超新星の光度曲線（ハッブル宇宙望遠鏡による）．

最後に行うべきことは，K補正である．赤方偏移により，観測される波長は，超新星の発生した場所での波長よりも $1+z$ 倍だけ伸びて観測される．したがって可視の撮像カメラで観測しやすい波長（約0.8ミクロン）であっても，超新星のある赤方偏移での波長（静止波長）は，例えば赤方偏移が1であれば約0.4ミクロンになる．赤方偏移が1.2になると，静止波長は約0.36ミクロンである．これは可視光で最も波長の短いUバンドの波長域で，例えば塵による減光が強くなり，測定誤差が多くなる．したがって赤方偏移が1を超えるような超新星に対しては，塵の影響を推定したり，あるいは静止波長でBバンドにあたる明るさを得るため，より波長の長い近赤外線の観測が重要となる．

図8は，SN2002ffを可視光で見つけたときの画像と，その後近赤外線（Jバンド・波長約1.2ミクロン）で追加観測をした例である．ヨーロッパ南天天文台の8.0 mVLT望遠鏡に取り付けられたISAACと呼ばれる赤外線カメラで観測した．

このように近赤外線で追加観測ができた例は，まだ数例しか知られていないが，今後はどんどん増えてくると考えられる．このようにして，超新星の最大光度を，近傍に出現した超新星と同じ波長帯かつ最大光度を計算してやることにより，図1の上に点を打っていき，宇宙膨張を測定することができるのである．

5. 超新星観測の歴史と最前線

さて，この節では，超新星による宇宙膨張測定の歴史を簡単に振り返り，その後最近の進捗状況をお話しする．1989年にはノルガード・ニールセンらがチリにある1.5 mの望遠鏡を用いて，宇宙膨張の効果が見えるほど遠方（赤方偏移0.307）の超新星を初めて見つけた[3]．米国ローレンス・バークレー研究所のソール・

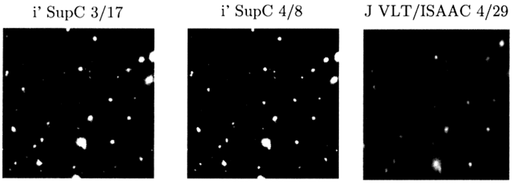


図8　SN2002ff（$z=1.1$）の赤外線による追加観測の例．左が超新星増光前，中央が増光後の可視画像．右がその約20日後の近赤外線（Jバンド）の画像．

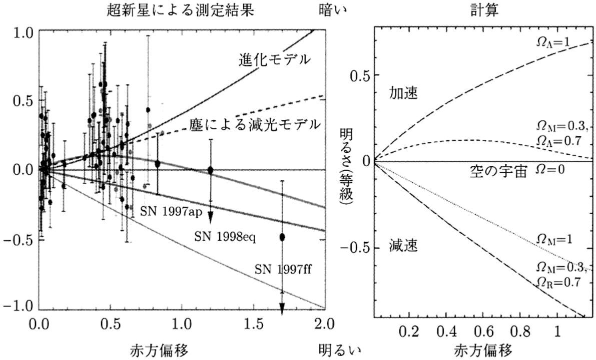


図 9　超新星宇宙論プロジェクトによる測定結果.

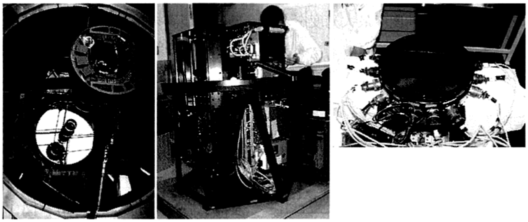


図 10　すばる望遠鏡主焦点広視野カメラ Suprime-Cam　(左) 主焦点，(中央) Suprime-Cam 全景，(右) 10 個の CCD.

パールムッター博士らの超新星宇宙論計画 (Supernova Cosmology Project) チームは，1992 年ごろより，遠方の超新星による宇宙膨張測定をカナリア諸島にある 2.5 m アイザック・ニュートン望遠鏡や 4.2 m ウイリアム・ハーシェル望遠鏡などを使って本格的に始め，1997 年に赤方偏移 0.35–0.46 の 7 個の Ia 型超新星を発見・測定した[4]．彼らは近傍 (赤方偏移 0.1 程度まで) の Ia 型超新星観測の結果[5] と比較し，初めて宇宙膨張についての報告をした．この報告では Ω_Λ は効いていないかもしれないという結果であったが，その後 1999 年に赤方偏移 0.85 までの 42 個の Ia 型超新星を使ってまとめた結果[6] は，$\Omega_\Lambda > 0$ という結果を示していた (図 9)．オーストラリアのサイディング・スプリング天文台のブライアン・シュミット博士らの高赤方偏移超新星探索チームも少し遅れて活動を始め[7]，超新星宇宙論計画チームとほぼ同様の結果を得た[8]．

これらの観測を通して遠方の超新星の場合たくさんの銀河を同時に見ることができるため，天候さえよければ計画通り確実に見つかるということがはっきりした．したがって望遠鏡の時間を計画して設定し，撮像だけでなく，スペクトルを取得する観測も (天候がひどく悪くなければ) 確実にできるということ，競争が激しいため比較的獲得しにくいのが通常の望遠鏡時間，例えば 8–10 m 級望遠鏡やハッブル宇宙望遠鏡の観測時間が割り振られるようになった.

このような中，国立天文台を中心とし，多数の人々の努力でハワイ・マウナケア山頂に，8.2 m すばる望遠鏡が建ち上がった．すばる望遠鏡には個性と特長のある装置があるが，超新星探索では特に広視野主焦点カメラ Suprime-Cam[9] が主役となる (図 10)．Suprime-Cam は視野が 33 分 × 27 分あり，8–10 m 級望遠鏡唯一の広視野カメラである．マウナケア山頂という大気の安定して星の光のゆらぎの小さい場所に設置されており，また光学収差もたいへん小さく仕上がってい

表 1　すばる望遠鏡 Suprime-Cam で見つかった遠方の超新星.

名前	等級（i′ バンド）	赤方偏移	型	分光観測	ハッブル望遠鏡追加観測
2001cq	22.8 (R)	0.20?	Ia?	FOCAS	
2001cr	23.8	1.02?	Ia?	FOCAS	
2001cs	23.5	0.41	Ia	FOCAS	
2001ct	23.4	0.45?	?	FOCAS	
2001cu	23.7	0.50?	Ia?	FOCAS	
2001cv	24.1	1.04	Ia	FOCAS	
2001cw	24.3	0.93	Ia	FOCAS	○
2002ff	24.0	1.1	Ia	FOCAS	○
2002fe	24.7	1.086	Ia	VLT/FORS2	○
2002fc	24.2	0.88	Ia	GEMINI/GMOS	○
2002fg	23.7	0.79	Ia	GEMINI/GMOS	○
2002fh	22.4	0.33	Ic?	GEMINI/GMOS	
2002fd	23.4	0.278	Ia	VLT/FORS2	

る．暗い天体のサーベイ能力においては世界一のカメラとなった．筆者は国立天文台の安田直樹助手・柏川伸成助手，および Suprime-Cam 製作チームの人びとらと共に，2001 年より Suprime-Cam による超新星探索を開始した．

実はこれは，筆者らの約 10 年ぶりの超新星探索への再挑戦であった．筆者らは，東京大学の岡村定矩教授，関口真木助教授らと広視野カメラを 1990 年代初めより開発してきたが，初代の広視野カメラである東京大学木曽観測所の口径 105 cm シュミット望遠鏡に CCD を 16 個用いたモザイク CCD カメラ 1 号機[10] が完成したとき，関口氏が提案して，宇宙論的距離にある超新星観測を試みた．しかしながら，望遠鏡の口径，天候，追加観測用望遠鏡の不足など，様々な要因で成功しなかった．この初代のモザイク CCD カメラは，すばる望遠鏡の広視野カメラのためのプロトタイプとして開発を始めたこともあり，いよいよ Suprime-Cam が完成したところで，再挑戦となったのである．この再挑戦は，世界一の性能に仕上がったと言っても過言でない，Suprime-Cam によって，たいへん成果をあげ始めた．

2001 年春，製作チームに与えられた装置の性能評価用の時間を使い，Suprime-Cam 数視野について約一カ月離れた撮像観測を行い，約 20 個の超新星候補を見つけた．うち 7 個を，すばる望遠鏡の低分散分光器 FOCAS を用いて分光観測し，超新星であることを確認した[11]．さらにうち 1 個（SN2001cw, $z = 0.93$）については，超新星宇宙論プロジェクトの共同研究を通じてハッブル宇宙望遠鏡による光度曲線の取得にも成功した．これは宇宙膨張の測定できるデータとしては，当時世界で 2 番目に遠いものであった．続く 2002 年の春は，超新星宇宙論プロジェクトに本格参加し，同様に超新星の候補を数十個見つけ，FOCAS のほか，10 m ケック望遠鏡，8.1 mVLT，8.0 mGEMINI 望遠鏡など，世界の大型望遠鏡を動員し，6 個について分光により超新星であることを確認し，うち 4 個について，ハッブル宇宙望遠鏡で光度曲線を得た[12]．表 1 に，2001 年と 2002 年の結果をまとめたが，赤方偏移が 0.8 を越える超新星で宇宙膨張測定に使えるもののうち，Suprime-Cam により 5 個を見つけ，過半数となっている．

最終的な最大光度は，超新星が暗くなってからの画像を取得して，差し引く必要があり，また観測波長が赤方偏移で変わっている効果の補正なども慎重に行う必要があるので未だしばらく結果が出るまでに時間を要するが，図 9 に，新たに表 1 で○印のついた 5 個の超新星が，最も遠方の側に加わる．このほか超新星宇宙論プロジェクトとして，さらに数個が測定できており，すばる望遠鏡の活躍で，一気に赤方偏移 1 の付近の宇宙膨張測定が本格化してきたと言える．

たいへん近い将来，宇宙膨張が加速しているのか，それとも図 9 の左に書かれた，超新星の進化や，母銀河の塵による減光によって超新星の見かけの明るさが遠方ほど暗くなっているだけなのかがはっきりするはずである．

6. 将来展望

この稿を書き終えつつある 2002 年秋にもさらに観測が進んでいる．Suprime-Cam による超新星探索は，

これまでで最大の5視野で行われており，分光する望遠鏡もやはり8–10 m級望遠鏡を4台動員し，ハッブル宇宙望遠鏡の観測時間も再び用意されている．特にSuprime-Camによる光度曲線の観測も可能となるスケジュールが組まれており，お天気に恵まれれば，遠方の超新星の数を，一気に増やせる可能性がある．

これにより，宇宙膨張パラメータは，超新星だけでもある程度（$\Delta\Omega \sim 0.3$）制限できるようになる見込みである．杉山氏の稿にあった宇宙背景放射による宇宙パラメータの測定は，赤方偏移が約1000の宇宙の膨張状態を反映している．それに対して超新星による宇宙パラメータの測定は，赤方偏移が約1から現在までの膨張を反映している．その両者において，必ずしも一致する保証はなく，実際に独立に測定をして同じかどうか確かめていかねばならない．

将来さらに精度よく超新星による宇宙膨張の観測を行うため，いくつかの計画が提案されつつある．近傍に生じる超新星については，多数のIa型超新星について，明るさとスペクトルを，時間について密にサンプリングし，遠方と比べるために十分なデータを取得しようとする動きが活発である．日本においても，東京大学がハワイ・マウイ島に設置した2 m光赤外線望遠鏡（通称MAGNUM望遠鏡）などにより，超新星の追加観測が始まりつつある．遠方についてはSNAP（Supernova Accerelation Probe）と呼ばれる口径2 mの広視野宇宙望遠鏡計画が，パールムッター博士を中心として米国エネルギー省ローレンスバークレー研究所で計画されている（図11）．すばる望遠鏡Suprime-Camの約5倍の解像度と，約5倍の視野を持つ広視野カメラと，精度の高い分光観測のできる多瞳型分光器を積んだ超新星測定専用の宇宙望遠鏡であり，2000個以上の超新星を，赤方偏移1.5まで多数観測し，宇宙膨張を圧倒的統計精度で測定しようとするものである．技術的な困難は数多くあり，まだまだ完全に計画が固まるまでに時間がかかると予想されるが，成功の暁には，Ωについての測定誤差が桁で縮まる，たいへん画期的な計画である．おそらくその前にかなり進む地上望遠鏡によるさらなるサーベイ観測と合わせ，10～20年後には，我々の宇宙の現在の膨張の様子が，宇宙項を説明するために提案されつつある理論モデルを厳しく制限できるようになっていくと予想される．

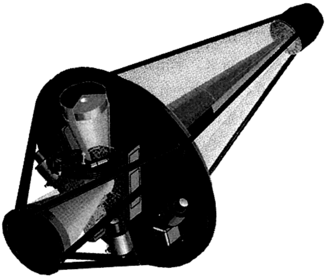


図11　SNAP 2 m宇宙望遠鏡計画．

参考文献

1) 梅田秀之・野本憲一，科学，2001, Vol.**71**, 1065–1075,「超新星を使って宇宙をはかる」.
2) Hachisu, I, Kato, M., and Nomoto, K., 1996, *ApJL.*, **470**, L97-L100, “A NEW MODEL FOR PROGENITOR SYSTEMS OF TYPE Ia SUPERNOVAE”.
3) Norgaard-Nielsen et al., 1989, *Nature*, vol.**339**, 523–525, “The discovery of a type IA supernova at a redshift of 0.31”.
4) Perlmutter, S. et al., 1997, *ApJ.*, vol.**483**, 565–581, “Measurements of the Cosmological Parameters Omega and Lambda from the First Seven Supernovae at Z >= 0.35”.
5) Hamuy, M. et al., 1996, *AJ*, **112**, 2391–2397, “THE ABSOLUTE LUMINOSITY OF THE CALAN/TOROLO TYPE Ia SUPERNOVAE”.
6) Perlmutter, S. et al., 1999, *ApJ*, vol.**517**, 565–586, “Measurements of Omega and Lambda from 42 High-Redshift Supernovae”.
7) Schmidt et al. 1998, *ApJ*, **507**, 46–63, “The High-Z Supernova Search: Measuring Cosmic Deceleration and Global Curvature of the Universe Using Type IA Supernovae”.
8) Riess et al., 1998, *AJ*, **116**, 1009–1038, “Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant”.
9) Miyazaki, S. et al., 2002, submitted to *PASJ*, “Subaru Prime Focas Camera—Suprime-Cam—”.
10) Sekiguchi, M., Iwashita, M., Doi, M., Kashikawa, N., and Okamura, S., 1992, *Publications of Astronomical Society of Pacific*, Vol.**104**, 744–751, “Development of a 2000x8144-pixel Mosaic CCD Camera”.
11) Doi, M. et al., 2001, *IAUC.* **7649**, “Supernovae 2001cq, 2001cr, 2001cs, 2001ct, 2001cu, 2001cv, 2001cw”.
12) Yasuda, N. et al., 2002, *IAUC.* **7971**, “Supernovae 2002fc, 2002fd, 2002fe, 2002ff, 2002fg, 2002fh”.

（どい・まもる，東京大学天文学教育研究センター）



書評

応用数学基礎講座 6
確率・統計

岡部靖憲著，A5 判上製，288 頁，本体 4200 円，朝倉書店

応用数学が「実証科学」としてのその価値を発揮するためには，「現象」を読み取りそれを数学的に定式化して「理論」を構築するという実証科学の姿勢を思い出す必要があると著者は説いている．「理論」が一人歩きしないように，「現象」から抽出した「理論」の前提条件を「検証」するというステップを忘れてはならないと言う．このような立場で実証的研究を行うのが，著者の提唱している「実験数学」である．時系列解析学は，理論の建設と実践を研究の両輪とする数学の分野で，確率論と統計学の基礎と応用を扱うのに最適な題材である．確率論と統計学の生き生きとした交流を，時系列解析という観点から理工系学部学生へ伝えるのが本書の目的である．

確率論を駆使して「現象」から「理論」を構築する方法として著者は次の 3 つのステップを掲げ，それを通じて確率論理解への道筋とする（第 1 章）．

- **ステップ 1**　（状況の）結果を集合として表現する
- **ステップ 2**　表現した集合の要素の数を数える
- **ステップ 3**　表現した集合を直和分解する

その延長として確率測度，確率空間が導入され（第 2 章），さらに確率変数の概念と確率過程の一般的な定義が丁寧な説明の下に与えられる（第 3 章）．第 4 章では，確率論の基礎概念（確率変数列の収束，確率変数の確率分布およびその特性関数，確率過程の独立性）の丁寧な導入の下に，ブラウン運動の構成が行われる．確率論の基礎的な極限定理（大数の法則，少数の法則，中心極限定理）も紹介される．

第 5 章では，まず統計学における基本的な指標が導入され，時系列データ（現象）を確率過程（理論）として定式化する際，その理論構築での前提条件を「検証」する手法（推定と仮説検定の理論）が紹介されている．

第 7 章で，非退化な確率過程を記述する KM_2O（久保・森・三好・岡部）–ランジュバン方程式が導出され，それに基づいて確率過程の弱定常性を特徴付ける揺動散逸定理が導入される．その基本的な考え方と証明の概略が，テント写像に付随する確率過程（第 6 章で導入）で具体的な計算を示すことによりなされている．なお，テント写像に付随する確率過程は退化している．そこで，退化な確率過程を非退化な確率過程に変換するウエイト変換の理論が利用される．

そもそも物理学で導入された揺動散逸定理は，非平衡状態にある系が余分なエネルギーを摩擦熱として放出し熱平衡状態へと緩和していくことを保証するためのものである．この章で扱われる揺動散逸定理は，熱現象とは何の関係もない確率過程に対して，物理学における揺動散逸定理を如何に数学的に定式化するべきかを示したものである．ここでの目標は，時系列データを確率過程に焼き直すとき前提条件とする「時系列の定常性」の検証である．したがって，ここで問題とされている揺動散逸定理は確率過程の弱定常性を特徴付けるものとなっているのである．

第 8 章は，本書の主題である実験数学としての時系列解析が，前章までの準備に基づいて提示されている．時系列データから取り出された揺動項（KM_2O–ランジュバン揺動列）が定常性を満たしていることを判定し，合格した時系列の将来を予測するのである．定常性を検証するテスト法として著者の提案している Test(S) が紹介され，時系列の将来を予測する公式が与えられている．

第 9 章では，金融工学における実験数学の必要性が，「モデルリスク」の実例を挙げて簡単に触れられている．これは，希少事象の発現を記述する確率・統計として，発達乱流系などで古くから注目を集めている難問に関わるものである．乱流における間欠性，株価変動，銀河の相対速度分布，心臓の鼓動の揺らぎなど，その対象は幅広い．希少事象の発現は，異常気象や株の暴落など，人間の生活へ重大な影響を与える現象となる場合が多い．著者は，本書の延長線上にある非線形時系列解析（本書にも多少触れられている）を駆使して，時系列データから異常発生の兆候を検出する問題を目指している．理工系学部学生が本書を読み通すには多少の忍耐が必要であろう．しかし，著者の目指している時系列データからリスクを検証する問題は，実社会のニーズに数学が答える格好の題材である．それを目指す学生には，本書は最適な道案内となろう．

有光　敏彦（筑波大学物理学系）

物理学とは何か

第 7 回　物理と情報

戸田盛和

1. 情報量

「情報」と言うと，何となく怪しい胡散臭いものを感じる人は，戦前と戦中にあった内閣情報局やアメリカの CIA，諜報機関などを思い出すからかもしれない．もともと情報というのは必要な知識や知らせのことである．テレビ番組で「気象情報」などと言うが，これは以前には天気予報と言っていたものが「情報化時代」の影響で呼び方が変わったのだろう．天気予報と言ったほうが素直なように思われるが，予報と言ってはずれると具合が悪いから情報と言って責任をぼやかしているようでもある．

最近は情報化時代ということをよく聞くが，情報の数学的理論が始まったのは 1948 年で，アメリカの電気工学者・数学者のシャノン（Shannon）がその開拓者であった．情報理論は情報（information），あるいは通信の量を定義し，情報の変換や伝送を数学的に扱うものである．この理論は通信技術の急速な発展によりコンピューターなどの情報機械，情報処理，あるいは分子生物学などの新しい科学に大きな影響を与えている．

情報は常に正しい知識をもたらすとは限らないが，ここでは情報を受けとることによってある事柄の不確かさが減ると考えると，不確かさの減少によって受けとった情報の量を定義できる．

わかりやすい例として推理小説のような話を考えよう．あるところに泥棒が入って宝石が盗まれ，P_1 人が犯人として疑われたという話にしよう（入った泥棒は 1 人だとする）．この人たちがみんな等しい同じ度合いで疑わしいとする．ここで何人かの人にアリバイの情報が入り，疑わしい人の数が P_2 人に減ったとしよう．するとこのアリバイ情報の価値は P_1 と P_2 の比 P_1/P_2 のある関数であると考えられるだろう．実際，情報量の定義によれば，このときのアリバイの情報量は

$$I = \log_2 \frac{P_1}{P_2} \qquad (1)$$

である（$\log_2$ は 2 を底とする対数．すなわち $P_1/P_2 = 2^I$ である）．情報量 I の単位はビットと言う．このときのアリバイの情報量は I ビットである．

情報量を対数 log で定義するのは，情報の加法などが意味をもつからである．たとえば上の譬え話において，泥棒が入った日の不確かさが n_1 日間であるとしよう．すると P_1 の人のうちの誰かが，ある日に泥棒に入ったという不確かさは $P_1 n_1$ となる．そしてアリバイと，宝石の存在を調べたときの情報から，疑わしい人の数は P_2 人になり，泥棒に入った日が n_2 日間にしぼられたとすると不確かさは $P_2 n_2$ に減少する．この場合のアリバ

イと宝石の存在の情報がもたらした情報量は

$$I = \log_2 \frac{P_1 n_1}{P_2 n_2} = \log_2 \frac{P_1}{P_2} + \log_2 \frac{n_1}{n_2} \quad (2)$$

となる．アリバイと宝石の存在の有無は独立な情報であって，それぞれの情報 $\log_2(P_1/P_2)$ と $\log_2(n_1/n_2)$ を加えたものが全体の情報量となる．これは情報量の定義として合理的なものである．

なお，(1) は

$$\log_2 \frac{1}{P_1} + I = \log_2 \frac{1}{P_2} \quad (3)$$

と書ける．このように書いてみると，はじめにわれわれが $\log_2(1/P_1)$ の理解度をもっていたところへ情報量 I の（アリバイ情報）を受けて理解度が $\log_2(1/P_2)$ に増えたと解釈することができる．この解釈のほうがわかりやすいかもしれない．

なお，情報量の定義で対数の底を 2 とするのは計算機が 0 と 1 の 2 進法を用いるためである．不確かさ P を 1/2 に減らす情報の情報量は 1 ビットである．言い換えると情報量 1 ビットを受けとるごとに不確かさ P は半分に減るわけである．ただしこれは理想的な場合で，一般には伝達の際の誤りなどがあり得る．

2. 情報とエントロピー

物質は原子や分子などの集まりであり，物質の性質には原子や分子の振舞いに関する情報が含まれている．これを扱うのが統計力学であって，マクスウェル，ボルツマン，ギブスなどによって創められた統計力学は実は情報理論の先駆者であった（統計力学は情報理論に先立って 19 世紀後半から 20 世紀のはじめにかけて創られた）．統計力学は情報理論を原子や分子の集団に適用したもので，情報理論の典型である．

詳しいことは知らないが，集団に関するデータの伝達，変換を抽象的，数学的に扱うのが情報理論であるから，集団のデータを統計的に扱う学問のすべては原則的に情報理論と関係をもつと言えるだろう．こうして，情報理論を媒介にして物理科学的方法は，交通，物流，環境などの問題へ浸透し，生物物理（バイオフィジクス），経済物理（エコノフィジクス）などの学問が育っている．

情報量は統計力学（あるいは熱力学）におけるエントロピーと密接な関係がある．

一例として N 個の分子からなる理想気体を考えよう．その体積が V であるとき，一つの分子がどの位置にあるかわからない不確かさは体積 V に比例するから，N 個の分子の位置に関する不確かさは V^N に比例する．このように分子がすべて独立で体積 V のどこにあるかというアプリオリ（先験的）な確率が一様であるときの分子の配置の不確かさ（可能性）は

$$P^{(V)} = V^N \quad (4)$$

であり，その対数をとると

$$S_V = k \log P^{(V)} = Nk \log V \quad (5)$$

となるが，これは気体のエントロピーと呼ばれるものの体積に関係した部分である（k はボルツマン定数）．

古典力学に基づく統計力学では，分子の位置と運動量とからなる抽象空間を考え，これを位相空間と呼ぶ．そして分子間の相互作用がないとしたときの位相空間に対し，どこも等しいアプリオリな確率を仮定する．

理想気体では分子間相互作用がないから，気体の全エネルギーが E 以下であるような運動量空間の体積（エネルギーの不確かさに相当する）は（m は分子の質量）

$$P^{(E)} = \left(\frac{2mE}{3N}\right)^{3N/2} \quad (6)$$

で与えられる．そして

$$W = P^{(V)} P^{(E)} \quad (7)$$

はこの体系の不確かさ（ミクロ状態の数とも言う）である．そしてその情報量に相当する

$$\begin{aligned} S &= k \log W \\ &= Nk \left\{ \log V + \frac{3}{2} \log \left(\frac{E}{N}\right) \right\} + \text{定数} \end{aligned} \quad (8)$$

は理想気体のエントロピーである．なお，(4) において分子の位置の範囲 $V^{1/3}$ を分子の 1 方向の運動量の範囲力（$p^2/2m = E/3$）で置き換えた式が (6) であると見ることができる．

力学を援用し，体系が容器の壁に与える力（すなわち圧力），体系の全エネルギー（内部エネルギーと言う）および体系と外部の熱のやりとり（熱量）と体系の絶対温度，エントロピーなどに対する表現を求めることができる．これが統計力学である．

3. ネゲントロピー

情報量とエントロピーについて述べたところをまとめてみよう．情報量は (3) のように二つの状態 1 と 2 の間の相対的な量である．これを了解しておけば，情報量 I と不確かさ P との間の関係は

$$I = \log \frac{1}{P}$$

と書くことができる．他方で (5) あるいは (8) によれば，エントロピー S（これも相対的な量であるが）は位相空間の中の分子の配置の多様性による不確かさ P と関係式

$$S = \log P$$

によって結ばれる（ここでは I と S との本質的なところを考えているので，同じ単位で表す）．$\log(1/P) = -\log P$ の関係があるから

$$I = -S.$$

したがって情報量 I はエントロピーの符号を変えたものである．エントロピーの符号を変えたものを負エントロピー（ネガティブ・エントロピー），あるいはネゲントロピーと言う．情報量はネゲントロピーである．

エントロピーは不確かさの尺度，あるいは無知の尺度，あるいはまた無秩序の尺度（度合い）などと呼ばれる．ネゲントロピーや情報量はその逆であり，秩序の度合いを表すものである．

熱現象が非常に多くの分子からなる体系に関するものであるのに対し，情報は文字，言葉，金額などに使われることが多い．そしてふつうの場合は熱現象に関するエントロピーは情報に関するネゲントロピーよりもはるかに大きい．そしてこれらを加えても利点がないのがふつうである．

しかし，生物においてはこの両者が互いに密接な関係をもつ．それは高度の秩序をもった組織と機能が生物を特徴づけるものであるからである．生命をもたないものは自然に崩壊し，エントロピーの大きい状態へ移っていくが，生命をもったものは絶えず秩序を保ち自然の崩壊に逆行し，これこそが生物の営みであると言うことができる．原子論と統計力学の先駆者であったボルツマンは，この営みをエントロピーとの戦いであると言い，量子力学の創始者の一人であるシュレーディンガーは，ネゲントロピーを食べて機能を保持する営みであると言ってこの営みを強調した．

4. マクスウェルのデモン

自然に放置された孤立系のエントロピーは，増えることはあっても減少することはない．これは熱力学の第 2 法則から導かれるエントロピー増大の定理（エントロピーの法則）である．その一番簡単な例は，小さな隙間の壁によって二つの部屋に分けられた容器の中の気体であろう．はじめこれら二つの部屋の中の気体の圧力，温度がちがっていても，これを放置しておけば圧力，温度は必ず等しくなっていき，この際，気体全体のエントロピーは最大になる．

さて 1871 年，マクスウェルは『熱の理論』の中で有名なパラドックスを提出した．これはあまりにも有名であるから，簡単な説明をするだけにしておく．

非常に小さな生物が非常に俊敏な能力をもっていて各分子の動きを見分けることができ，それに応じて二つの部屋の間の隙間につけてある扉を開閉することができるとする．この生物は比較的速い分子を右の部屋へ行かせ，比較的遅い分子を左の部屋へ行かせる．こうすれば，この生物は熱力学の第 2 法則に反して，右の部屋の気体の温度を

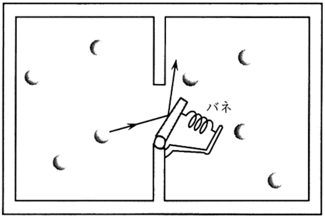


図1　バネつきの装置.

上げ，左の部屋の温度を下げることができ，これによってエントロピーが減少する.

この生物は W. トムソン（W. Thomson, 後のケルビン卿）によって，マクスウェルのデモン（悪魔）というぴったりのあだ名を与えられた.

このパラドックスは，シラードをはじめとする多くの人によって議論された．このデモンが分子の運動についての情報を得るためにはデモンはたとえば懐中電灯で分子を照らさなければならないが，そのためにエントロピーを増大させてしまうことになるのである.

デモンを使わなくても，二つの部屋の間に図のようなバネつきの扉をつけておけば，速い分子がぶつかったときだけ扉が開き，右側の部屋へ分子を通し，こうして速い分子が右の部屋に集まり，遅い分子は左の部屋へ分けられることになると思われるかもしれない．しかし，このようなバネつきの扉のバネは衝突する分子からエネルギーをもらって，気体と同じ温度で熱運動をするようになってしまい，扉の開閉をなさなくなってしまうのである.

5. カルノーの理想的熱機関

統計力学は 19 世紀終りに創られたのに対し，熱力学のルーツは 19 世紀のはじめにさかのぼる．熱が仕事をするということはギリシャ時代から知られていたが，17 世紀後半にイギリスで産業革命が始まると鉱山から水を汲み出すのに熱の作用を利用する一種のエンジンが作られるようになった．回転式の蒸気機関をジェームス・ワットが発明したのは 1780 年頃である．その頃，熱現象は熱素という流体によるものと考えられていたが，ジョセフ・ブラックは熱を量的に測る研究を始めていて，ワットも熱機関の効率を計算し，効率をよくする種々の発明を行なっている．しかしワットをはじめ，熱機関の製作は経験にたよることが主であって，熱機関の効率に関する本質的な理論は考えられていなかったし，熱とエネルギーの間の関係もほとんど知られていなかった.

熱機関はこのようにイギリスで発達したのであるが，熱機関の効率に関する理論，そして熱現象に関するもっとも基礎的な理論のはしりは，世に知られていなかった若いフランス人によって書かれた論文として現れた．彼はサディ・カルノー（N.L. Sadi Carnot, 1796–1832）と言い，父はナポレオン軍の将軍であり，大臣にもなった人であると言う．S. カルノーはできたばかりのエコール・ポリテクニックで教育を受け，卒業後は野砲学校に入ったがパリに留って勉強を続けた．その間に熱機関について知り，その研究に進んだ．彼の書いた論文は『熱の動力についての考察』と題され 1824 年に公表された．この論文で彼は熱素説に準拠しているが，後に書かれ公表されなかったノートではこれを疑問視している．その後，カルノーの論文を読んで感銘を受けたイギリスの W. トムソンはカルノーの論文が熱素説を採用したために生じた矛盾を解消する方法を考え出した．これは 1850 年のことであったが，同じ年にドイツのクラウジウス（Clausius）も同様な結論に達した．これはいわゆる熱力学の第 2 法則と呼ばれる熱力学の基礎的な法則であって，クラウジウスと W. トムソンはこの法則の発見者として認められている.

ここでは熱力学についての詳しい説明をしようとは思わない．それよりもカルノーによる天才的な考察について考えたい.

カルノーは熱機関に類似なものとして水車を考え，その理想的な作業原理を考察している．水車では高い所から低い所へ水が移動する際に仕事をする．これに対し熱機関では高温の蒸気が冷える間に仕事をする．このとき，水，あるいは水蒸気

が使われるが，これは熱を運ぶ手段として使われるので，仕事をするのは熱そのものである．

水車では水の移動に高低の差がなければならない．これと同様に，熱機関では温度差が必要であろう．しかし有限の温度差のところで熱が移動する際には熱伝導によって熱の流れは無駄に使われてしまうから，理想的によい熱機関では温度差なしで熱を移動させなければならない．

これが実際に可能であることにカルノーは着目した．それは気体を適当な熱源に接触させておいてピストンを引いて膨張させると，熱源から気体へ熱が移動し，ピストンを押して気体を圧縮すれば気体から熱源へ熱が移動するというプロセスである（これらのプロセスはカルノーの時代にすでに知られていた）．さらに外から熱が入らないようにして気体を膨張させれば気体の温度は下がるし，逆に圧縮すれば温度は上がる．これらのプロセスを組み合わせれば，温度のちがう二つの熱源の間で働く理想的な熱機関を作ることができることをカルノーは発見したのである．この理想的熱機関（カルノー・エンジン）は可逆的に働き，その熱効率は二つの熱源の温度だけで決まる（カルノーの定理）．ここで熱効率というのは 1 サイクルの間に熱機関がする仕事を 1 サイクルごとに熱温の熱源から熱機関がとり入れる熱量（仕事と同じ単位）で割った値である．また可逆熱機関とは，外から仕事を加えることによって（同じ熱効率で）低温の熱源から高温の熱源へ熱を移すことができるものである（冷房器，ヒート・エンジンの原理）．

カルノーの定理を証明するには熱力学の第 2 法則が必要である．クラウジウスによれば熱力学の第 2 法則は次のように述べることができる．

「何らかの他の変化を残さずに熱を低温から高温へ移すことはできない」

何らかの他の変化を残さずに元の状態に戻すことができない現象を不可逆現象と言う．熱現象には不可逆的なものがあることを述べたのが熱力学の第 2 法則である．したがって，一つの不可逆変化の存在を述べればそれで第 2 法則を述べたことになるので，第 2 法則の述べ方はいろいろあり得るわけである．

6. 創造と情報

カルノーの天才は数式の少ない物理学の典型である．これを考えると，物理学の本質的なところは数式の少ないところで生まれるのではないかという気がしてならない．これはコンセプトの創造とも言えるだろう．コンセプトが数学的な理論へと発達するのは第 2 段階である．ガリレイは摩擦のない運動というコンセプトや瞬間的な速度，変化する速度などというコンセプトを考え出した．ニュートンはその中の物体の運動などにわずらわされない絶対的な空間と時間というコンセプトを考え出した．アインシュタインは観測者の運動によって異なる時空を考え出し，また曲がった時空というコンセプトを考え出した．そしてカルノーは二つの熱源の間で働く理想的な可逆熱機関というコンセプトを考え出したのであった．ファラデーとマクスウェルは近接作用と電磁場という概念を創造した．

学問にはいろいろの場面における研究者の関わり方がある．自然の中に研究の端緒を見つけ出して新しい概念や方法を開拓するのも一つである．この端緒を数学的に深めるのも，応用して広げるのもそれぞれの研究場面である．人によって得意とするところがあり，それによってちがった貢献がなされる．

最近においては研究の情報はすばやく広がり，意図すれば大量に入手できる世の中になった．日常生活がテレビなどによる情報の洪水にさらされている現在では研究生活と言えどもその影響から逃れることはできないであろう．これは研究の種類や場面によって利点となることもあるにちがいないが，不利に働くこともあるだろう．多すぎる情報や会合が研究の妨害になるのは明らかである．

上に述べたニュートン，アインシュタイン，カルノーなどが科学の各分野を切り開いたときには，多くの情報があった状態ではなかったと思われる．

これらの偉大な人たちはむしろ周りの人たちの考えとは断絶があるような心の世界においてそれぞれの考察をあたためたのであろう．湯川先生や朝永先生の時代には海外の学問が伝わってくるのも遅かったし，戦争の影響もあって情報がとぎれることもあったが，それがかえって研究の集中を可能にしたのではなかったろうか．情報が少ないということは，情報への飢えを誘い，それが研究心を強める刺激にもなるようである．

情報をもたないことはその他の有利さをもつ．ある研究をするとき，それが流行している研究分野だと，それに関する他の人の論文をたくさん読まなければならない．情報過多だと自分の考えを深める余裕がなくなってしまう．逆にその研究分野が流行していないものであったり，他の人と大きくちがう観点であったりするときは，読むべき他人の論文は少ないから自分の考えをあたためることができる．

『物理法則はいかにして発見されたか』(R.P. ファインマン著，江沢　洋訳，ダイヤモンド社，昭和 43 年) の終り近く (ノーベル賞受賞講演) で，ファインマンも次のようなことを述べている．

学生がみんな「流行の同じ考え方をするのでは…思いつく仮説のバラエティが限られてしまう．真理は流行の方向にある確率がおそらく大きいのでしょうから，それも結構といえるかもしれません．しかし，小さな確率にせよ真理は別の方向に——時代ばなれした考え方をしたときに明瞭に見出せるような方向にあるかもしれない．だれがそれを見つけるでしょうか．自分を犠牲にして…風変りな普通でない観点から——その観点は彼が自分で考え出さねばならないのかもしれませんが——自習をした人だけであります．…さらに，新しい法則を捜し求める際には，つねに，いま考えているこのおもしろい可能性にはおそらくだれも気づいちゃいないだろうという心理的興奮を味わうことができるのです」．

(とだ・もりかず)

賭けの数理と金融工学

第3回 賭けの数理（3）：問題の一般化

竹内 啓

3.1 より一般的な賭けの問題

ここで最初のより一般的な賭けの問題に戻ろう．そこで1回の賭けを次のように定式化する．まず賭ける額 $M_n = \sum_j M_{nj}$ は与えられたものとして，賭ける人と「自然」との間のゼロ和2人ゲームを考える．すなわち「賭ける」人の選び得る「戦略」は $b_1, b_2, \cdots, b_p$ の p 個，「自然」の選び得る戦略は $e_1, e_2, \cdots, e_k$ の k 個である．(b_j, e_i) の組合せに対して1単位の賭け金に対し，

$$M(j,i) = m_{ij} - 1$$

のペイオフが「自然」から「賭ける人」に支払われるものとする．ここで「賭ける人」は資金をそれぞれ $\pi_j,\ j = 1,2,\cdots,p,\quad \sum \pi_j = 1$ の比に分割して $b_j,\ j = 1,2,\cdots,p$ に賭けることができるものとすれば，ペイオフは簡単のために $M_n = 1$ として

$$M(\pi, i) = \sum_j (m_{ij} - 1)\pi_j.$$

ここで $v^* = \sup_\pi \min_i M(\pi, i)$ とおく．「自然」に対しても「混合戦略」を認め，$e_1, e_2, \cdots, e_k$ をそれぞれ確率 p_j, $\sum p_j = 1$ で選ぶとすれば，ペイオフは

$$M(\pi, p) = \sum\sum (m_{ji} - 1)\pi_j p_i$$

となる．ゲームの理論の基本定理により

$$\inf_p \sup_\pi M(\pi, p) = \sup_\pi \inf_p M(\pi, p) = v^*$$

となる．v^* がこのゲームの値である．そこで $v^* = 0$ のとき，このゲームは中立的，$v^* > 0$ ならば（賭ける人にとって）有利，$v^* < 0$ ならば不利ということにする．

1 回ごとに賭ける額 M_n とその配分 π_n とを ξ^{n-1} に依存して決めることが賭けの戦略となる．

$\upsilon^* > 0$ ならば，π^* を賭ける人びとにとっての最適戦略とすれば，すべての i について

$$\sum (m_{ij}-1)\pi^*_{ji} > 0$$

だから，$M_n = K_n$ とし，かつそれを π^*_{ji} に比例して配分することにすれば，すべての i について

$$K_{n+1} = K_n + K_n \sum_j (m_{ij}-1)\pi^*_j \geq K_n(1+\upsilon^*)$$

となる．したがって必ず $K_n = K_i(-1+\upsilon^*)^{n-1} \to \infty$ となる．

$\upsilon^* = 0$ のときは次のことが言える．

自然の選ぶ事象の径路 $\{\xi^n\}$ に対応して，変数列 x_{nj} を次のように定義する．

$$E_n = e_i \text{ のとき } x_{nj} = (m_{ij}-1).$$

そうすると次の定理が成り立つ．

定理 1　S^* をすべての $j = 1, 2, \cdots, p$ に対して

$$\limsup_{n\to\infty} \frac{1}{n} \sum_{m=1}^{n} x_{mj} \leq 0$$

となるような $\{\xi^n\}$ の集合とする．そのときすべての $\{\xi^n\} \notin S^*$ に対して $K^{\mathcal{P}}_n(\xi^n) \to \infty$ となるような戦略 $\mathcal{P}$ が存在する．

証明の論理は本質的に本連載第 1 回の定理 1 と同じであるから省略する．

$\upsilon^* > 0$ ならば，常に $\sum \pi^*_j x_{nj} > 0$ であるから S^* は空集合になる．また $\upsilon^* = 0$ ならば，$\sum_j \pi_j x_{nj} \geq 0$ であるから $\pi^*_j > 0$ となるような $\mathcal{P}$ について

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \sum x_{mj} = 0$$

とならなければならない．またこのことは $E_1, E_2, \cdots, E_n$ の中で結果 e_i が現れる比率 Q_{ni} が，「自然」の最適戦略 p^*_j に収束するように取れば実現できる．またこのような $\mathcal{P}^*$ が一義的に定まるときには，すべての i について

$$\lim_{n\to\infty} Q_{ni} = p^*_i$$

となるような $\{\xi^n\}$ の集合 S^* に属さないすべての $\{\xi^n\}$ に対して $K^{\mathcal{P}}_n(\xi^n) \to \infty$ となる戦略 $\mathcal{P}$ が存在する．すなわち「自然」が賭ける人の資金が無限に増大することを防ぐためには，上記の条件を満たすように $\{\xi^n\}$ を選ばなければならないのである．

更に先に述べたのと同様の論理を用いれば「自然」はその場合，事象の結果をほとんどランダムに確率 p^*_i で選ばなければならないことが示される．すなわち「自然」は最適混合戦略 $\mathcal{P}^*$ を選ばなければならないことになる．

3.2「賭け」の拡張

これまで賭けた人の得る金額は，事象の有限個の結果と「賭け口」との組合せによって一義的に決まる場合を想定していた．しかし，一般的には得る金額が連続的に変化する場合を考慮する必要がある．そこで今度は l 個の賭け口に対して 1 単位の賭け金に対して与えられる金額 m_{nh}, $h = 1, 2, \cdots, l$ が有限な区間 $[-C, D]$ の間の任意の値を取り得る場合を考えよう．より詳しく言えば事象 E の可能な結果 ω は無限集合 Ω の要素であり，m_{nh} は ω に依存して決まるとしよう．すなわち $m_{nh} = m_h(\omega)$，事象の無限系列 $E_1, E_2, \cdots, E_n, \cdots$ において，「自然」は Ω の要素の無限系列 $\omega = \{\omega_n; n = 1, 2, \cdots\}$ を与えると考えられる．ここで $x_{nh} = x_h(\omega_n) = m_h(\omega_n) - 1$ と定義しよう．

ここで直接観測できるのは $\omega_1, \omega_2, \cdots$ ではなく，それによって決まる x_{nh}, $n = 1, 2, \cdots$ であると考えるのが普通である．
そこで，ベクトル $\{x_1, x_2, \cdots, x_h\}$ を $\boldsymbol{x}_n$ と表し $\{x_1, x_2, \cdots, x_h\}$ を n までの径路と呼んで，前と同様に ξ_n で表すことにする．賭ける人は $n-1$ 回までの径路 ξ_{n-1} に基づいて l 回の賭け口に資金を配分するものとする．賭ける人の賭け方，すなわち戦略 $\mathcal{P}$ は ξ_{n-1} に依存して l 個の賭け口に資金を配分するルールを定める．それを $\mathcal{P}_h(\xi^{n-1})$ と表す．
今最初の資金額を K_1 とし，n 回目の賭けに当たって保有する資金額を K_n とすれば，与えられた $\mathcal{P}$ および ω に対して

$$K_{n+1}^{\mathcal{P}}(\omega) = K_n^{\mathcal{P}}(\omega) + \sum_n x_h(\omega_n)\mathcal{P}_h(\xi^{n-1})$$

という関係が成立する．

そうすると次のことが成り立つ．

定理 2

$$\limsup_{n\to\infty} \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} x_h(\omega_j) \leq 0, \quad h = 1, 2, \cdots, l$$

となるような ω の集合を S とすると $\omega \notin S$ となるすべての ω に対して $K_n^{\mathcal{P}}(\omega) > 0$ かつ $K_n^{\mathcal{P}}(\omega) \to \infty$ となるような $\mathcal{P}$ が存在する．

この定理の証明は省略するが，x_{jh} が有界であることが基本的な条件となっていることに注意しよう．

上の条件を満たす集合 S がどのような形であるかはいろいろな場合があるが，空集合になる場合もある．例えば，$\pi_h \geq 0$, $\sum \pi_h = 1$ かつ すべての $\omega \in \Omega$ に対してある $\varepsilon > 0$ が存在して

$$\sum_h \pi_h x_h(\omega) \geq \varepsilon$$

となるならば，明らかに条件を満たす ω は存在しない．すなわち，次のことが言える．

定理 3 上記の条件を満たす $\pi_h \geq 0$ が存在するならば，すべての ω に対して $K_n^{\mathcal{P}}(\omega) > 0$ かつ $K_n^{\mathcal{P}}(\omega) \to \infty$ となる $\mathcal{P}$ が存在する．

実際 $\mathcal{P}_h(\xi^{n-1}) = \pi_h K_n$ とおけば $K_n^{\mathcal{P}}(\omega) \geq (1+\varepsilon)^{n-1} K_1 \to \infty$ となることがわかる．

更に次のことが言える．

定理 4 もし $\pi_h > 0,\ h = 1, 2, \cdots, l,\quad \sum \pi_h = 1$ かつすべての ω に対して

$$\sum \pi_h x_h(\omega) \geq 0$$

となる π_h が存在するならば

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} x_h(\omega_j) = 0, \quad h = 1, 2, \cdots, l$$

を満たす ω の集合を S とするとき，すべての $\omega \notin S$ に対して $K_n^{\mathcal{P}}(\omega) \to \infty$ になる $\mathcal{P}$ が存在する．

すなわち $K_n^{\mathcal{P}}(\omega) \to \infty$ とならないようにするためには，「自然」は x_h に関して大数法則が成立するように ω を定めなければならないことになる．

3.3「ゲーム」としての構造

上記の構造は第 1 節のような賭ける人と「自然」の間のゲームとして定式化すれば，賭ける人の戦略は l 個の賭け口の間の資金の配分比率 π_h を定めることであり，「自然」の戦略は ω を選ぶことであって，ペイオフは

$$M(\pi, \omega) = \sum_h x_h(\omega) \pi_h$$

で与えられる．そうすると賭ける人にとってのこのゲームのミニマックス値，すなわち

$$v_* = \sup_\pi \inf_\omega M(\pi, \omega) > 0$$

ならば，このゲームは賭ける人にとって有利となる．このことは，すべての ω に対して $M(\pi^*, \omega) \geq \varepsilon > 0$ となるような π^* が存在することを意味する．

逆にゲームのマクシミン値

$$v^* = \inf_\omega \sup_\pi M(\pi, \omega) < 0$$

ならば，すべての π に対して $M(\pi, \omega^*) \leq -\varepsilon < 0$ となるような ω^* が存在する．このことはすべての h に対して $x_h(\omega^*) < 0$ となる ω^* が存在することになる．このときは明らかにこの賭けは不利である．

ω について混合戦略は存在しないとすれば，一般に $v^* = v_*$ とはならない．ω について混合戦略を定義することは $x_h(\omega)$ の確率分布を定義することである

と考えれば，「自然」の混合戦略は $X_h = x_h(\omega)$, $h = 1, 2, \cdots, l$ の同時確率分布 F_X を選ぶことであると考えられる．そうするとペイオフは

$$M(\pi, F_X) = \int \sum_h \pi_h X_h dF_X$$

で与えられる．このゲームの値は $v^* = v_*$ である．

そこでこのゲームを無限に繰り返すとき，$v^* > 0$ ならば常に $K^{\mathcal{P}} \to \infty$ となるような戦略が存在し，$v^* < 0$ ならばそのような戦略は存在しない．また $v^* = 0$ ならば $K^{\mathcal{P}} \to \infty$ とならないようにするためには，「自然」は定理 4 の条件を満たすように ω を選ばなければならない．このための一つの十分条件（必ずしも必要条件ではない）は，X_{nh} が互いに独立にゲームのマクシミン戦略を表す分布 F_X^* に従って互いに独立に分布する確率変数になるようにすることである．

簡単な例をあげる．$l = 3$ とし，x_1, x_2, x_3 が $x_1 + x_2 + x_3 = 0$, $x_1 \geq -1$, $x_2 \geq -1$, $x_3 \geq -1$ を満たす範囲を動くとする．
賭ける人の戦略は $\pi = (\pi_1, \pi_2, \pi_3)$, $\pi_1 \geq 0$, $\pi_2 \geq 0$, $\pi_3 \geq 0$, $\pi_1 + \pi_2 + \pi_3 = 1$ である．ペイオフは

$$M(\pi, x) = \pi_1 x_1 + \pi_2 x_2 + \pi_3 x_3$$

であるが，$x_3 = -x_1 - x_2$ を代入して

$$M(\pi, x) = (\pi_1 - \pi_3)x_1 + (\pi_2 - \pi_3)x_2, \; x_1 \geq -1, \; x_2 \geq -1, \; x_1 + x_2 \leq 1$$

と表すことができる．ここで

$$\inf_x M(\pi, x) = \min(2\pi_1 - \pi_2 - \pi_3, \; 2\pi_2 - \pi_1 - \pi_3, \; 2\pi_3 - \pi_1 - \pi_2),$$
$$(2\pi_1 - \pi_2 - \pi_3) + (2\pi_2 - \pi_1 - \pi_3) + (2\pi_3 - \pi_1 - \pi_2) = 0$$

だから

$$v^* = \sup_\pi \inf_x M(\pi, x) = 0$$

で $\pi_1 = \pi_2 = \pi_3$ のとき $\inf M(\pi, x) = 0$ となる．

他方，$\sup_\pi M(\pi, x) = \max(x_1, x_2, x_3)$ だから

$$v_* = \inf_x \sup_\pi M(\pi, x) = 0.$$

この場合のマクシミン戦略は $x_1^* = x_2^* = x_3^* = 0$．これだけでは面白くないが，ここで混合戦略を認めれば，

$$M(\pi, F_X) = \int (\pi_1 x_1 + \pi_2 x_2 + \pi_3 x_3) dF_X$$

となるから，$\sup_\pi M(\pi, F_X) = 0$ となるための必要十分条件は

$$\int x_h dF_X = 0, \quad h = 1, 2, 3$$

となる．

すなわち x_1 と x_2 について，$E(x_1)=E(x_2)=0$ となるように任意の同時分布を定め，かつ $x_3=-x_1-x_2$ とすればよい．

3.4 一般的なマーティンゲール

ところで上記の条件は $E_1, E_2, \cdots$ が Von Mises の意味での確率事象であれば満たされるが，しかしこのように一般化された条件の下では $K_n^{\mathcal{P}}(\omega)\to\infty$ とならないようにするために，$E_1, E_2, \cdots$ が同じ確率事象の系列であることは必ずしも必要ではない．

一般的に次のことが言える．$\omega_1, \omega_2, \cdots, \omega_n, \cdots$ から部分系列を選ぶルールを考える．そこで ω_n が選ばれるか否かは x_{jh}, $j=1,2,\cdots,n-1$ のみに依存し，x_{nh} にはよらないものとする．このようなルール σ の可付番無限個の集合を Σ とし，$\sigma\in\Sigma$ によって得られる部分系列を $\omega_{\sigma 1}, \omega_{\sigma 2}, \cdots$ とする．そうすると，定理 4 の結論は次の形になる．

定理 4′　定理 4 の条件の下で，すべての $\sigma\in\Sigma$ について

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}x_h(\omega_{\sigma j})=0, \quad h=1,2,\cdots,l$$

となるような ω の集合を S とすると，すべての $\omega\notin\Sigma$ に対して $K_n^{\mathcal{P}}(\omega)\to\infty$ となる $\mathcal{P}$ が存在する．

x_{nh} が確率変数 X_{nh} の実現値であるときは，上記の命題は任意の $\sigma\in\Sigma$ に対して

$$\Pr\left\{\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}X_{\sigma j}, h=0\right\}=1, \quad h=1,2,\cdots,l$$

が成り立つことであると言い換えることができる．このような命題が成立するためには X_{nh} が，互いに独立に同一分布に従うことは必要でない．ここではベクトル確率変数系列 $\mathbf{X}_n$, $n=1,2,\cdots$ に対して

$$E(\mathbf{X}_n|\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \cdots, \mathbf{X}_{n-1})\equiv\mathbf{0}$$

となることを仮定すれば十分である．そうすると特定の賭けの戦略 $\mathcal{P}$ の下での資金の大きさの系列

$$K_{n+1}^{\mathcal{P}}=K_n^{\mathcal{P}}+\sum X_{nh}\mathcal{P}_n(\xi^{n-1})$$

はマーティンゲールになることがわかる．したがって，

定理 5　$\mathbf{X}_n$ が上記の条件を満たすならば，$K_n^{\mathcal{P}}(\xi)>0$, $n=1,2,\cdots$ のとき

$$\Pr\left\{\limsup_{n\to\infty}K_n^{\mathcal{P}}=\infty\right\}=0.$$

またこの定理の副産物として次の強法則が証明できる．

定理 6　$\mathbf{X}_n, n=1,2,\cdots$ が有界な確率変数ベクトルであって，$E(\mathbf{X}_n|\mathbf{X}_1,\mathbf{X}_2,\cdots,\mathbf{X}_{n-1})\equiv\mathbf{0}$ ならば

$$\Pr\left\{\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\mathbf{X}_j=0\right\}=1.$$

そこで常に $E(\mathbf{X}_n|\mathbf{X}_1,\mathbf{X}_2,\cdots,\mathbf{X}_{n-1})=\mathbf{0}$ のとき，これを公平な賭けと呼んでもよいであろう．

この稿が基本的に依拠している，前にも引用した Shafer と Vovk の本では「賭け口」は一つであって，その結果は一つの変数 x で表されるが，賭け金 M は正にも負にもできるとしている．そうして結果として，資金は xM だけ変化するものとしている．しかしこれはむしろ，賭け口が 2 つあって $x_2=-x_1$ となる考え方がよいと思う．そうして $\mathbf{X}_n=\mathbf{X}_{n1}=-\mathbf{X}_{n2}$ とおけば

$$E(\mathbf{X}_n|\mathbf{X}_1,\cdots,\mathbf{X}_{n-1})\equiv\mathbf{0}$$

ならば，$K_n^{\mathcal{P}}>0, n=1,2,\cdots$ のとき $K_n^{\mathcal{P}}$ にある K^{*p} に収束することがわかる．

この場合にも，$E(\mathbf{X}_n|\mathbf{X}_1,\cdots,\mathbf{X}_{n-1})\equiv\mathbf{0}$ ならば，資金量の系列 K_n がマーティンゲールになることは言うまでもない．

3.5 不利な賭けの場合

更にここで不利な賭けの場合を考えよう．それは，確率 1 で

$$E(\mathbf{X}_n|\mathbf{X}_1,\mathbf{X}_2,\cdots,\mathbf{X}_{n-1})\leq\mathbf{0}$$

となる場合である．この場合，$Y_n(\xi^n)=K_{m+1}^{\mathcal{P}}(\xi^n)$ とおけば n 回目の賭け金額を P_n とすると

$$E(Y_n|\xi^{n-1})=E\left(K_n^{\mathcal{P}}(\xi^{n-1})+\sum X_nP_n(\xi^{n-1})|\xi^{n-1}\right)\leq Y_{n-1}$$

となる．このような関係を満たす系列 $Y_1,Y_2,\cdots$ は，スーパーマーティンゲール (super martingale) と呼ばれる．ここで，$\mu(\xi^{n-1})=E(Y_n|Y_1,Y_2,\cdots,Y_{n-1})$ とおき

$$\begin{aligned}E\{Y_n-\mu(\xi^{n-1})P_n(\xi^{n-1})|\xi^{n-1}\}&=E(Y_{n-1}|\xi^{n-1})-\mu(\xi^{n-1})P_n(\xi^{n-1})\\&=Y_{n-1}\end{aligned}$$

となるから，$M_n=\sum_{i=1}^{n-1}\mu(\xi^i)P_{i+1}(\xi^i)$, $M_i=0$ とおき

$$Z_n=Y_n-M_n,\quad n=1,2,\cdots$$

と定義すると

$$E(Z_n|\xi^{n-1}) = Z_{n-1}$$

となるから，$Z_1, Z_2, \cdots$ はマーティンゲールになる．$M_n \le 0$ であるから $Z_n \ge Y_n$ である．したがって，$Y_n > 0$ とすれば，$Z_n > 0$ となる．$\limsup Z_n < \infty$ ならば，$\limsup Y_n < \infty$ となる．したがって，この場合も

$$\Pr\left\{Y_n > 0, \lim_{n\to\infty} Y_n = \infty\right\} = 0$$

となる．

また Z_n は収束し，更に $0 \le -M_n \le Z_n$ となり，$-M_n$ は単調増加だから収束する．したがって $Y_n = Z_n + M_n$ も収束することがわかる．そうして $Y_n \to Y^*$ とすると，$E(Y^*) \le Y_1$ となることも明らかである．

ところでこれまでの議論の中で，$Y_n \ge 0, n = 1, 2, \cdots$ となることが本質的な条件であった．これはマイナスの資産は許されない，すなわち借金はできないことを意味している．しかしこの条件は許されなければならない場合もある．実は $Y_n < 0$ となり得ることを認める場合には，定理1は次のような形に変えられることはその証明から明らかである．

定理 1′ $Y_n; n = 0, 1, 2, \cdots$ がマーティンゲールとするとき，$Y_n^+ = \max(0, Y_n)$ とおけば

$$\Pr\left\{\max_{1\le j\le n} Y_j \ge K\right\} \le \frac{E(Y_n^+)}{K}.$$

当然 $E(Y_n^+) \ge E(Y^n) = Y_0$ であるが，もし

$$\limsup_{n\to 0} E(Y_n^+) < \infty$$

ならば定理2が，したがって定理3も証明されることになる．$Y_n^- = \min(0, Y_n)$ とおくと

$$E(Y_n) = E(Y_n^+) + E(Y_n^-) = Y_0'$$

であるから，このことはまた

$$\liminf_{n\to\infty} E(Y_n^-) > -\infty$$

と同値である．

（たけうち・けい，明治学院大学国際学部）

研究室の窓

動き始めた重力波天文台

三尾 典克

1. はじめに

夜空に輝く星を眺めることは天文学の第一歩であろう．環境が悪い都会でも，明るい星ならば誰でも見ることができる．現代天文学の最前線では，すばる望遠鏡，ハッブル宇宙望遠鏡といった最新の技術を駆使した観測機器が稼働し，新しい宇宙の姿を見ることができるようになってきた．また，電波やX線，γ線といった目には見えない電磁波による観測が行われ，人類の宇宙に対する知識は急速に広がっている．また，電磁波以外の観測手段も発展してきた．その例を挙げるとすれば，ニュートリノによる超新星や太陽の観測だろう．実際，天体からのニュートリノが観測されることによって電磁波とは異なる情報が得られ，これらのメカニズムの理解に大きな役割を果たしている．そして，近年では，ニュートリノの質量といった，基礎物理学の根幹に関わる大問題にもメスを入れることが可能になった．宇宙を見つめる新しい手段が見つかると，我々の宇宙に対する理解と自然界を支配する原理に関しての知見は飛躍的に増大するのである．では，次の観測手段は何であろうか．その候補として，最も期待されているのは重力波であろう．本誌では，すでに1990年11月号で重力波天文学に関する特集が組まれている．本稿は，その後の進展を中心に解説しよう．なお，重力波に関する詳しい議論や文献は文献1)を参照していただきたい．

重力波とは，重力が波動として時空間を伝わる現象であり，アインシュタインの一般相対性理論により予言されたものである．その性質は，電磁波とよく似ており，光速で伝わる横波で2つの偏波成分を持つ．電磁波は電荷の運動によって発生するが，重力波は質量の運動がその起源となる．したがって，重力波が観測されると，それはその発生源の質量の運動状態を反映したものとなる．そのため，電磁波で見た場合とは全く異なるものが見えるはずである．また，宇宙には，光る物質の量を遙かに越える質量やエネルギーが存在するようである．そのようなものの性質を探ることができるのは，重力波だけではないかと思われる．ただ，重力波と電磁波には，とても大きな差が存在する．それは，重力と電磁気力の相互作用の強さである．重力は自然界に存在する力の中で最も弱い力である．そのため，発生する重力波はきわめて微弱であり，それを捕らえることは，さらに困難である．重力波を地上で観測しようという試みは1960年頃からあるが，40年に及ぶ年月を経た今も，未だに観測に成功した例はない．

重力波の存在自身は，連星パルサーの観測により，疑う余地なく証明されている．最初に発見されたPSR1913+16という連星では，2つの中性子星が約8時間の周期で公転運動をしている．その公転運動によって発生する重力波がエネルギーを運び去り，軌道が変化する．この連星の片方がパルサーであったため，地球に到達するパルスの時系列が公転の影響で変化する様子を観測し，一般相対性理論の計算とつきあわせることで，きわめて精密に重力波の影響を検出できたのである*1)．結局，重力波は確かに存在しているが，重力相互作用の弱さが直接観測を阻んできたと言ってよいだろう．しかし，実験技術の急速な進歩は，この微弱な効果を検出できる観測装置を実現可能にしてきた．実際に，宇宙の果てから飛来する重力波を検出し，様々な情報を引き出すことのできる施設，すなわち重力波

*1) 1993年のノーベル物理学賞は，この発見に対して与えられた．

天文台が建設され，今，まさに稼動しようとしている．

2. 重力波の性質

ここで，重力波の性質について，簡単に説明しよう．重力波は横波であることは述べた．たとえば，平面波を考えると，電磁波と同じように進行方向に垂直な面内に力線が存在する．ただ，平面電磁波は，等位相面内では一様な力の場を与えるのに対して，重力波は潮汐力として働く．そのため，その面内の 2 つの点を考えると，重力波の効果はそれらの間の距離（L）に比例した変位として現れる．詳しい計算によれば，重力波の振幅を h とすると，誘起される変位 δL は，L が重力波の波長に比べて十分小さい場合には，

$$\delta L = \frac{1}{2}hL \qquad (1)$$

で表されることが知られている．

また，重力波に特徴的な点は，力線の方向が直交する 2 方向で反転することである．ある方向を x 軸方向とする．そして，x 軸上に置かれた 2 点間を伸ばす向きに力が働いているとき，その直交方向である y 軸上に置かれた 2 点間には，間隔が縮む方向に力が働く．これを，図示したものが，図 1 である．そして，この力は時間的に変動する．周期的な波ならば，半周期後には向きが反転する．重力波の典型的な周期は，それを発生する源の性質を反映している．

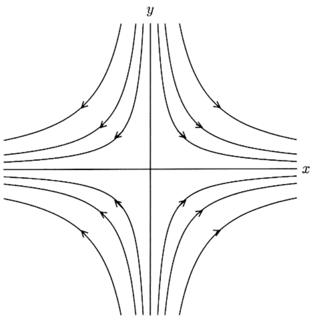


図 1　重力波の力線．x 軸方向に伸び，y 軸方向には縮むような力が働く．重力波は 2 つの偏波を持ち，もう一つは，この図を 45 度回転させたものとなる．

3. 期待される重力波の発生源

重力波の存在は連星パルサーの観測によって証明されたということは述べたが，この重力波を直接観測することは，地上の検出器では難しい．その一番の理由は，発生する重力波の周波数が非常に小さいことである．連星系からの重力波の周期は公転周期の半分と考えられ，前述のパルサーでは 4 時間くらいになり，地上では様々な擾乱に隠されてしまう．また，放出されるエネルギーは周波数の 6 乗に比例するので，波動の振幅もあまり大きなものではない．ただ，この連星系はエネルギーを失うと公転軌道が小さくなり周期が短くなる．そして，最終的には合体すると考えられている．その合体の直前には，回転周期はミリ秒のオーダーになり，非常に大きな振幅の重力波が放出される．この中性子星連星の合体は，今のところ，最も確実な重力波源と考えられている．典型的な中性子星の質量は太陽質量の約 1.4 倍と考えられており，これが合体するときの重力波の振幅は距離が 10 Mpc のところで[*2)]，$h = 10^{-21}$ という理論予測がある．この値を式 (1) に代入し，L を太陽と地球の間の距離とすると，δL は水素原子の大きさくらいになる．もし，地上で検出器を建設するなら，L はせいぜい数 km で，このときの変化量は，10^{-18} m のオーダーになる．原子核の大きさは 10^{-15} m と考えられているので，きわめて小さな変化を検出する必要がある．また，実際に天文学として観測が意味を持つためには，1 年に数回のイベントが観測される必要がある．観測できるイベントの数は，検出可能な範囲の体積に比例する．重力波の振幅は，源からの距離に反比例するので，検出可能な範囲は感度に比例し，期待できるイベント数は，感度の 3 乗に比例する．理論的な予測では，中性子星連星の合体は，200 Mpc 程度の範囲を考えると，ちょうど年に数回起きると言われている．

他に重力波発生を期待できるイベントは，超新星爆発とパルサーからの連続波であろう．超新星爆発に関しては，かなりの数のイベントが様々な天文観測で検出されている．しかし，どのような重力波が発生するかに関しては，その爆発のときに，質量の運動状態に強く依存するので，波形や大きさなどの予測ができない．軸対称を仮定した数値計算では，銀河系内で起きたイベントでもかなり小さな振幅の重力波しか期待で

*2)　1 pc は，約 3.26 光年である．

きないという結果がある．ただ，重力波検出器と他のチャンネルとの同時観測ができれば，重力波源として同定が可能と思われる．そして，波形を解析することで超新星爆発における星の質量の運動状態に関して，重要な情報が得られる可能性がある．パルサーに関しては，回転の周期が非常に精密に測定されているので，重力波の信号の周波数などはきわめて正確に予測できる．しかし，発生する重力波の大きさを計算するためには，回転で生じる質量四重極モーメントの時間変化を知る必要がある．これは，パルサーが回転軸の周りでどの程度歪んでいるかを表すパラメータであり，理論的には全く予測が立たない．そこで，回転数の変化は観測されているので，それを重力波放出に伴うエネルギー損失によるものと考え，重力波の発生の上限が議論されている．このような計算では，よく知られているかにパルサーに関しては $h < 10^{-25}$ と言われている．これはかなり小さな量で，現在の検出器の感度ではなかなか到達できない．また，回転の非常に速いパルサーも多数見つかるようになったが，回転の速いパルサーは，回転周期の変化が小さいことが知られているため，重力波の振幅はあまり大きくないと考えられている．

他には，雑音のようにランダムに揺れる背景重力波などが議論されているが，重力波の発生源に関しては，現在，確立された知見はほとんどないといってよいだろう．結局，重力波源は重力波で探す以外にははっきりしないわけであるが，期待されているイベントそのものは，天文学的に興味深いものばかりである．

4. 重力波検出器から重力波天文台へ

これまで述べたように，重力波を捕らえることは非常に重要であるが，同時に困難を極めることでもある．最初，このような実験を開始したのは，米国メリーランド大学のウエーバーであった．彼は，真空中にアルミの円筒を吊るし，厳重に外乱を避ける装置を組み込んで，円筒の振動の状態を観察した．もし，重力波が飛来すれば，円筒に力が及びわずかな変動が観測されるはずである．彼は，ほとんど同等な 2 台の装置をメリーランド大学と 1000 km 以上も離れた国立アルゴンヌ研究所に設置した．そして，1969 年に 2 台の検出器に同時に大きな信号が現れたという報告を行った[2)]．1000 km も離れた場所の検出器では，局所的な影響で 2 台が同時に大きな信号を出すとは考えにくい．したがって，2 台に同時に何か共通の影響が現れたと考えるほうが自然である．すなわち，重力波がやってきたということになるのである．この報告は，世界中を駆け回り，いくつかのグループが追試実験に乗り出したが，結局，誰も検出できなかった．また，エネルギー的な考察から観測された重力波のエネルギーが大きすぎることなど指摘され，現在では，彼の得た結果は重力波によるものではないということになっている．しかし，彼の実験が契機になり，世界中で重力波検出器の開発が始められたことは紛れもない事実であり，彼の功績はきわめて重要である[*3)]．最新の共振型検出器には低温技術が導入され，ウエーバーの時代からすると 3 桁以上も感度が向上している．しかし，検出に成功した例は，残念ながらない．

重力波による天文学を行うためにはもっと高感度な検出器が必要である．現在，その可能性が最も高いと思われている方式は，レーザー干渉計を利用した方式（干渉計型検出器）である．これは，マサチューセッツ工科大学のワイスが考案した方法で，重力波によって誘起される変位を直接レーザー干渉計で測定するという方式である．この方法の利点は，機械系の共振を利用しないので，入射してきた信号の周波数帯域が広くてもそれを観測できること，すなわち，波形の観測ができることである．また，干渉計を大型化することで，重力波に対する感度を大きくできる．この方式が考案された当時は光学技術が十分でなく，共振型に比べて複雑で，感度の点でもかなり見劣りがするものであった．しかし，様々な科学技術の進歩により，重力波を検出するために必要な感度を実現することが可能なレベルのレーザーや光学要素などが手に入るようになり，この 10 年間の間に立場は完全に逆転した．

干渉計型検出器は，図 2 に示すように，マイケルソン干渉計を基本にした干渉計であるが，重力波に対する感度を稼ぐため，非常に長い光路長を持つ．この往復の光路長の最適値は，期待される重力波の波長の半分である（それ以上長いと，重力波の効果は平均化されて小さくなってしまう）．もし，1 kHz の重力波を検出しようとすると往復で 150 km の光路が必要である．

---

*3) 彼の発案した原理によって動作する検出器（共振型検出器）は，今もウエーバー・バーと呼ばれている．ただ，残念なことに，彼は 2000 年 9 月に本当の重力波を見ることなく他界してしまった．

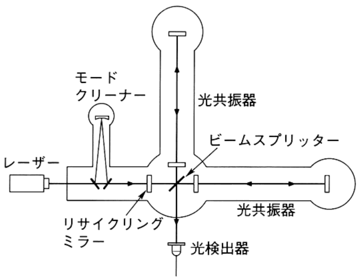


図2　干渉計型重力波検出器の概念図．直交する2つの巨大な腕を持つマイケルソン干渉計で，それぞれの腕には光路長を増大させるための光共振器が組み込まれている．

このように長い光路は，2枚の鏡を利用し光を往復させることで実現する．実際には，入射光に共振する光共振器を設置して，等価的に所定の光路長を実現している．大型干渉計では鏡の間隔が数kmあり，その間を数十回往復させている．また，外乱の影響を抑えるため，鏡は真空中で吊るされており，光路に相当する部分も真空ダクトの中に収められている．そして，残留気体による影響を除くため高い真空度が実現される．光源にはきわめて安定なレーザーが用いられる．また，干渉縞の変化を高い精度で検出するため大きなパワーのレーザーが必要とされる．高出力で高安定なレーザー光源は，これまでにはなかったものであるが，半導体レーザーを励起源とした高効率固体レーザーが実用化され，所望の性能が実現可能になった．干渉縞の変化は，干渉により暗い状態で検出すると一番感度が高い．その場合には，入射した光はレーザーのほうへ反射される．そこで，レーザーと干渉計の間に鏡（リサイクリングミラーと呼ばれる）を入れて，入射光と位相を合わせて干渉計のほうへ打ち返すことにより，実効的にレーザーパワーを増大させることができる．これがパワーリサイクリングと呼ばれる技術で，原理が提案されてからかなりの年月が経過しているが，最近になりやっと実用化されてきた．また，レーザーから出た光の空間モードは完全に回折限界ではないので，受動的な共振器を通してモードを整形する．これをモードクリーナーと呼ぶ．干渉計全体では，非常に多くの光学要素が関係しその位置や姿勢を精密に制御する必要がある．そのための情報を得る補助的な光学系，信号処理を行う電気系，位置などを制御する機械系が複雑に絡み合った複合体が，干渉計型重力波検出器である．これは，巨大な観測装置であり，巨額の費用と多くの人員を必要とする巨大科学の施設である．そして，重力波天文台と呼ぶにふさわしいものである．

5. 世界各地の大型計画

1990年代になり，世界各地で大型干渉計の建設計画が提案された．そして，現在，干渉計の腕の長さがkmを越えるような本格的な検出器が，米国とヨーロッパで建設されている．また，数百mのサイズの干渉計が2台あり，提案段階のものを含めると5つの研究拠点が形成されている．これらプロジェクトが公開しているWebサイトのURLを表1に示す．

米国の計画はLIGOと呼ばれており，西海岸（ワシントン州）のハンフォードと東海岸（ルイジアナ州）リビングストンの2つの場所に，長さが4kmある干渉計が建設されている（ハンフォードには2kmの干渉計も同じ真空パイプを利用して作られている）．研究の主体はカリフォルニア工科大学とマサチューセッツ工科大学の研究グループで，多数の研究者が検出器の建設・改良に取り組んでいる．

LIGOでは，3000km以上離れたところで独立な検出器が運転されるため，同時検出観測が可能であり，最も整備された計画である．本誌の以前の特集ではLIGO計画が提案された当時の想像図が掲載されている[3)]．この図とほとんど同じものを，LIGOのWebサイトで見ることができるが，Webのほうは実際の装置の写真である[*4)]．想像から現実へ，重力波天文学の実現へ向けた大きな前進を物語っている．

現状では，3台の干渉計の光学系・制御系の設置が終了し，細かい調整が行われ，装置の調整・改良の成果を見るため，総合的な試運転が行われている．2001年までは，エンジニアリングラン（技術試験のための運転）と呼ばれる形態の運転を行ってきた．2002年からは，観測結果を重視したサイエンスランと呼ばれるものに移行している．このサイエンスランでは，ハンフォードとリビングストンの両方のサイトで，同時観測を実施し，データの相関解析などが行われる．現在

*4)　例えば，http://www.ligo-wa.caltech.edu/を参照．また，http://www.ligo-la.caltech.edu/scrapbook.php には，多くの写真が集められている．

表1　いろいろな重力波プロジェクトの Webs サイトの URL.

プロジェクト名	国	URL
LIGO	アメリカ	http://www.ligo.caltech.edu
VIRGO	フランスとイタリア	http://www.virgo.infn.it
GEO	ドイツとイギリス	http://www.geo600.uni-hannover.de
ACIGA	オーストラリア	http://www.anu.edu.au/Physics/ACIGA/
TAMA	日本	http://tamago.mtk.nao.ac.jp

の感度では，重力波が検出される可能性は高くないが，観測態勢の整備という点では大きな意味を持つ．複数回のサイエンスランを実施し，干渉計の状態が成熟した段階で本格的な観測に移行する予定となっている．

ヨーロッパでは，単独の国による計画ではなく，国際協力が進んでいる．フランスとイタリアは，VIRGO という計画を実施している．これは，イタリアの斜塔で有名なピサの近くにあるカッシーナという場所に 3 km の干渉計を建設するものである．この研究グループの特長は，低い周波数の重力波を捕らえるための巨大な振動除去装置（防振装置）を開発してきたことである．この措置は，高さが 11 m もあり，内部に多段振り子を利用した防振装置が組み込まれている．もう一つは，干渉計測の基盤となるレーザーや光学技術に関して，非常に高いレベルの実績を持っていることである．干渉計の感度を高めるためには，高い出力で高安定なレーザーが必要である．それを実現する手法として，半導体レーザー励起 Nd:YAG レーザーが使われ，注入同期と呼ばれる技術が利用されているが，このような技術を積極的に重力波検出器に導入してきたのは，このグループである．また，鏡に関しても，高性能な反射膜の技術や基材となる物質（現在は，合成石英が使われている）の評価法など先進的な技術を開発している．ただ，土地の収用の問題で計画が遅れ，現在，中央の実験室での動作実験が進められている状況にある．2002 年，干渉計全体を収容する真空システムが完成したので，これから急ピッチで光学系の組込みが行われると思われる．

ヨーロッパには，もう一つ GEO という名前の干渉計計画がある．この研究はイギリスのグラスゴー大学とドイツのマックスプランク研究所が中心となり，建設を行っている．この装置は，600 m の真空ダクトの内部で光路を折り返し，1200 m のアーム長のマイケルソン干渉計を基本にしている．そして，光共振器を用いず，デュアル・リサイクリングという光学系を採用している．リサイクリングという技術は，干渉計から取り出される光を再利用する技術で，前述のパワーリサイクリングと重力波の信号を含んだ光を再利用するシグナルリサイクリングがある．多くの干渉計は，パワーリサイクリングのみを採用しているのに対して，GEO では両方の技術を導入した．現状では，パワーリサイクリングまでが完成しており，テスト運転が行われている．

オーストラリアでも，大型検出器を作る計画が提案されている（ACIGA というグループが主体になっている）．現状では，大きな予算は獲得できていないが，西オーストラリア州のジンジンという場所に，プロトタイプの干渉計を建設しており，高性能な防振装置や高出力レーザーの開発を行っている．また，量子光学を取り入れた干渉計の研究も行われており，大型計画の実現を目指して研究を積み重ねている．

6. TAMA 計画

日本では，1995 年から三鷹市の国立天文台のキャンパス内に，長さが 300 m の干渉計を建設してきた．この研究は，国立天文台以外にも数多くの研究機関が参加し，装置の開発を行ってきた．図 3 は，TAMA 干渉計の装置の一部の写真である．この干渉計は，外国の km クラスの干渉計に比べると小規模なため，究極の感度では及ばない．しかし，基本設計は，全く大型干渉計と同じ思想・仕様に従い，理論的な感度限界を実現するための様々な技術開発を行い，実機に近い条件でテストすることを目的にしてきた．その詳細は，文献を参照していただくことにして[4~9]，最近の成果についてお話ししたい．

まず，2000 年の夏に，リサイクリングを除いた部分が完成し，重力波に対する感度で世界最高のレベルに達した[10]．それ以前は，カリフォルニア工科大学で作られた 40 m 干渉計が 1996 年に記録したものが最高感度であったが[11]，これを更新した．もちろん，大型干渉計を実際に稼動させて高い感度を実現したのは，

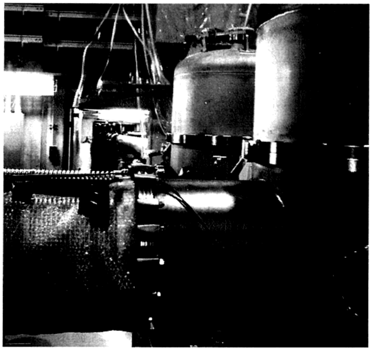


図 3　TAMA 干渉計の写真．手前の真空タンクにはビームスプリッターが，その奥のタンクには，光共振器を構成する鏡が収められている．さらに奥に伸びているのは長さ 300 m の干渉計の光路を収めるダクトである．

TAMA が世界で最初であった．

また, 2001 年の夏には，干渉計を連続運転させ, 1000 時間のデータ収録を行った．非常に微妙な光学系を持つ干渉計を長期間運転し続けることは，技術的に大きな問題となっていたが，この成果から，天文台としては必須の連続運転に関して，明るい見通しを得ることができた．このような長時間運転は，世界で初めての試みであったが，日本の研究グループの蓄積してきた高い実験技術がそれを可能にしたのである．その後，リサイクリングが組み込まれ，感度も以前の最高感度を更新して長期観測の態勢を整えつつある．

現在の TAMA の感度から計算すると，我々の銀河系内で中性子星連星の合体が起きたとすれば，信号雑音比で 30 以上の重力波信号が見えるはずである．もし，観測中に何か重力波を出すようなイベントが起きていたら，我々は何かを発見できたかもしれないのである．ただ，このようなことが起きる確率は，残念ながらきわめて低く，十分な観測頻度を得るためには，さらに感度を 1000 倍以上高めなければならない．これを実現するためには，外国のように km スケールの干渉計が必要であり，日本のグループでは，LCGT という名前のプロジェクトを提案している[12]．

7. 重力波天文学の夜明け

ここ 2，3 年は，重力波の研究にとって非常にエキサイティングな時期であろう．大型検出器が本格的に稼働し，観測結果が出始めるからである．重力波は，物質との相互作用が弱いので地球を容易に透過する．そのため，世界各地で観測装置が運転されていれば，ほぼ同時に検出できる．そして，到達時刻の差から，重力波の飛来した方向を決定できる．このような観測を行うことが，重力波天文学の第一歩であり，全世界的な検出器ネットワークの構築が不可欠である．もちろん，そのための準備は，着々と行われており，干渉計の感度改善と並行して進められている．

多様な天体が演じる広大な宇宙を舞台にしたスペースオペラは，スターウォーズのような SF を遙かに越えた想像を絶するものであろう．しかし，我々は，これまで，ほんの一部を見たにすぎない．重力波観測で始まる新しいエピソードはいかなるものか，乞うご期待というところである．

参考文献

1) 中村卓史，三尾典克，大橋正健 編著：『重力波をとらえる』(京都大学学術出版会，1998 年)．
2) J. Weber: *Phys. Rev. Lett.* **22** (1969) 1320.
3) 坪野公夫：数理科学，No.329, (1990) 11.
4) 三尾典克：応用物理 **66** (1997) 939.
5) 坪野公夫：日本物理学会誌 **54** (1999) 328.
6) 川村静児：応用物理 **69** (2000) 662.
7) 藤本眞克：日本物理学会誌 **56** (2001) 525.
8) 安東正樹：光学 **30** (2001) 510.
9) 三尾典克：光学 **31** (2002) 293.
10) M. Ando et al.: *Phys. Rev. Lett.* **86** (2001) 3950.
11) A. Abramovici et al.: *Phys. Lett.* **A 218** (1996) 157.
12) K. Kuroda et al.: *Int. J. Mod. Phys.* **D 8** (1999) 557.

(みお・のりかつ，東京大学大学院新領域創成科学研究科)

特　集（2003 年 3 月号予告）

量子力学とカオス

広がりゆく交流と展望

本体 952 円

特　集（2003 年 1 月号）

保存則とは何か

その展開と更なる深化をめざして

本体 952 円

編集後記

人類の居住圏を隣の火星にまで拡大することの可能性を探る研究がある．埋蔵資源の利用，大気の生成も含む生態系の導入等の課題を総合的に解決しなければならないとされているが，生態系などは因果関係が本質的に複雑だし，諸条件も地球とは異なるから類推が働かず，ある問題の処方箋が別の問題を引き起こしたりして，とてもうまくゆきそうにないと感じるのだが，これは素人の故なのか．最大の相違は重力加速度 g だろう．仮に火星移住が実現した場合，二つの惑星の人類は別々の進化の道を進むだろうとも言われているが，「文化の分化」は確実により早い段階で起こるだろう．先ず歩き方から変えなければならず，g の相違は，ものの感じ方すべてに決定的な影響を及ぼすに違いない．

今月号の特集は素粒子的宇宙論．その対象とする宇宙に比べれば人類の居住圏などほんの片隅でしかない．　（平勢）

＊　　＊

今月号は，久しぶりに「宇宙論」の特集でしたが如何でしたでしょうか？

最近私が驚いたのは，あの頓知で有名な一休さんが，宇宙について次のような面白い言葉を残していたことです．

「この世界全体は大きな蝸牛(かたつむり)で，人間はその中に住んでいる．しかし，更にその人間の耳の中にも各々この世界と同じ形の蝸牛がいて，その中にも人間たちが住んでいる．そしてまた，この世界の更に外側にも同じように，とてつもなく巨大な蝸牛がいる」と．

一休さんの時代にこれほどまでに宇宙を認識していたのは，現代からみても正鵠を射ていて素晴らしいと思います．

これから未来に行くにつれ，人間と宇宙の関わりも大きく変化していくと思いますが，それでも人類は更に，一休さんの言った“蝸牛”の正体を探し続けるのでしょう．　（伊崎）

数　理　科　学　2月号
2003 年 2 月 1 日発行　　発行人 森　平　勇　三

数理科学編集部
TEL. (03) 5474-8816
FAX. (03) 5474-8817

ホームページ　http://www.saiensu.co.jp
ご意見・ご要望は　sk@saiensu.co.jp　まで．

企画・編集　Staffs　平勢耕介　伊崎修通　内田晴久
Advisers　竹田　直　田島伸彦

発行所 © 株式会社 サイエンス社　TEL. (03) 5474-8500（代表）
〒151-0051 東京都渋谷区千駄ヶ谷 1-3-25　振替 00170-7-2387　(03) 5474-8600（広告部）

印刷・製本　三美印刷株式会社　山岡景仁

のご案内

よくわかる基礎生命科学

八杉貞雄著
A5／160頁／本体1550円

生命をめぐる多くの見解や生物学的研究，生物学の方法論，そして生命と社会の関係および21世紀の生命科学について易しくまとめた1冊．生物学の詳細な知識がなくても読み進められるよう工夫されている．見開き体裁・2色刷．

オートマトン言語理論計算論I, II

［改訂版］
J.E. ホップクロフト 他著
野崎・高橋・町田・山崎 共訳
A5／I：約350頁　II：約250頁／予価各3000円

オートマトン，言語および計算理論の入門書として評価を得ている書の改訂・翻訳版．前著の抽象的な話題が現在どのように使われているか例示．モデル検査アルゴリズム，ドキュメント記述言語など新しい応用がたくさんある．

リレーショナルデータベース入門

［新訂版］
データモデル・SQL・管理システム
増永良文著
A5／約250頁／予価2500円

リレーショナルデータベースと，その管理システムについての基礎理論を解説した標準的教科書の新訂版．2色刷として，より見易く，理解し易くなっている．

プログラム工学

実装，設計，分析，テスト
紫合 治著
A5／168頁／本体1500円

本書では，プログラム作成に必要な汎用的な技術である設計，プログラミング，テスト方法について学ぶ．抽象的な議論を避け，C，C++，Javaなど命令型言語や疑似言語による数多くの例を用いて具体的に解説する．

ソフトウェア工学

鈴木正人著
A5／約180頁／予価1700円

多様化・複雑化するソフトウェア開発に必要な原理や方法論を学ぶ．構造化分析・設計からオブジェクト指向技術，統一モデリング言語，設計や実装などの手法について解説．

LEDAで始める
C/C++プログラミング

入門からコンピュータ・ジオメトリまで
浅野哲夫・小保方幸次 共著
A5／272頁／本体2600円

ドイツのマックスプランク研究所で開発されたC++のクラスライブラリ「LEDA」を使ったプログラミングの入門書．C言語の基礎とC++の簡単な入出力の形式を使い，プログラミングの初心者に分かりやすく解説．

表示価格はすべて税抜きです

サイエンス社

数学テキスト好評書より(1)

工科系の数学

マイベルク・ファヘンアウア共著／A5

1 数，ベクトル，関数　本体1700円
2 微分積分　本体1800円
3 線形代数　本体1800円
4 多変数の微積分　本体1800円
5 常微分方程式　本体2300円
6 関数論　本体2200円
7 フーリエ解析　本体1600円
8 偏微分方程式，変分法　本体1700円

ミュンヘン工科大学での基礎課程の講義をもとにつくられた，例，例題を多く含む教科書の翻訳．高見穎郎，薩摩順吉，及川正行訳．

基礎課程線形代数

吉野雄二著／A5／240頁／本体1700円

著者の講義経験が生かされ，授業の不足点を補うことができるよう構成された好個の教科・参考書となっている．

線形代数 増訂版

寺田文行著／A5／200頁／本体1262円

好評の前著「線形代数」をもとに，使い易さを中心に考え，内容を入れ替え，問題を難易別に配列した．

概説 線形代数

宮脇伊佐夫著／A5／152頁／本体1500円

きっちり整理して書かれており，本文中には例題，章末には問題を多数配置しているので，しっかりとした知識を身につけることができる．２色刷．

理工基礎 線形代数

高橋大輔著／A5／208頁／本体1600円

高校での履修状況を考慮して，内容や順序も工夫されている．例題や問題も豊富に配置した．理工系向けの好個の教科・参考書．

基礎 線形代数 [新訂版]

洲之内著／田中改訂／A5／192頁／本体1600円

定評ある旧版に，体裁面で大幅な変更を加え，見た目のわかりやすさも追求した．工科系の学生には最適のテキスト．

線形代数の基礎

寺田文行・木村宣昭共著／A5／176頁／本体1480円

左ページに解説，右ページにそれに関連した図や小問を配置するように配慮した．高校数学とのつながりにも配慮しわかりやすく解説．2色刷．

理工系 線形代数

水田義弘著／A5／216頁／本体1600円

自然科学等で広く利用されている応用例も加え，数学的なものの見方を身につけることに重点をおいたテキスト．２色刷．

線形代数概説

平峰豊著／A5／144頁／本体1480円

数学の基礎の一つである線形代数の各項目をわかりやすい例を豊富に用いながら，順序よく平易に解説をする．

表示価格はすべて税抜きです

サイエンス社

数学テキスト好評書より(2)

数理系のための
基礎と応用 微分積分I, II
金子晃著／A5／I：256頁／本体1800円
II：280頁／本体1950円
レポートやプログラム，期末試験の問題と解答・講評などを盛り込んだ親しみやすいテキスト．

基礎課程 微分積分I, II
西山享著／A5／I：208頁／本体1380円
II：136頁／本体1280円
第I巻では1変数の微積分，第II巻では多変数の微積分と微分方程式を扱っている．2色刷．

改訂 微分積分
洲之内治男・和田淳蔵共著／A5／232頁／本体1280円
高校における数学教育を考慮し，例題等を厳選し，直観的理解を重視した改訂版．前著同様に1年間の講義用テキストとして章だてされている．

微分積分の基礎と応用
江沢洋著／A5／272頁／本体1800円
高校における数学・物理学の履修進度を考慮した理工系大学初年級向のテキスト．読者の考える力が養われるように配慮されたユニークな書．

概説 微分積分
加藤久子著／A5／256頁／本体1850円
本書は，理工系大学初学年の学生が微分積分をゆっくりしたペースで読み進め，的確に理解することを目標とした．基礎的事項や例題を精選し，やさしく解説した好個の教科・参考書．2色刷．

入門微分積分
水田義弘著／A5／200頁／本体1700円
高校数学とのつながりに配慮し，証明の基本的なアイデアを読みとれるよう工夫．微分方程式や偏微分方程式についても解説．2色刷．

微分積分概論
越昭三監修／高橋・加藤共著／A5／224頁／本体1700円
豊富な例題や章末問題等は，実力の涵養に最適．偏微分法や重積分法まで十分にカバーした理工系の学生にとって格好の教科・参考書．

理工基礎 微分積分学I, II
I: 1変数の微積分　II: 多変数の微積分
足立恒雄著／A5／I: 184頁／本体1600円
II: 192頁／本体1600円
1変数，および多変数の微分積分について基礎から丁寧にわかりやすく解説．

微分積分の基礎
寺田・中村共著／A5／208頁／本体1480円
高等学校の「数学II」までの知識で学ぶことができる．例や図を多用したわかりやすい解説．見開き体裁・2色刷．

微分積分概説
長瀬・芦野共著／A5／256頁／本体1750円
まず概説的な形で微分積分の基本的な事柄を述べ，その後あらためて数学的に厳密に考えてみるよう章の配置を考慮した．2色刷．

表示価格はすべて税抜きです

サイエンス社

数学テキスト好評書より（4）

ベクトル解析の基礎
寺田文行・木村宣昭共著／A5／120頁／本体1250円
完全見開き形式となっているため見易く，また，図や例が豊富なので非常に理解し易いテキストとなっている．

フーリエ解析・ラプラス変換
寺田文行著／A5／112頁／本体1200円
フーリエ解析とラプラス変換を具体例や問などを豊富に用いて，各項目を見開き形式で簡潔かつわかりやすく解説．

フーリエ解析とその応用
洲之内源一郎著／A5／124頁／本体1480円
フーリエ解析を数学的厳密さを失わず平易に論じ，その応用として偏微分方程式の境界値問題の解法を中心に具体例を選びながら解説したテキスト．

位　相
静間良次著／A5／116頁／本体1340円
現代数学の基礎をなす位相について，その考え方と基礎的な事項についてやさしく，かつまた順序よく説き示した入門的テキスト．

応用解析入門
寺田文行著／A5／128頁／本体1300円
著者の数学教育における長年の経験を生かして基礎的事項をわかりやすく簡潔にまとめ，豊富な例題，問題を順序よく整理して配列したテキスト．

統計解析入門
篠崎信雄著／A5／312頁／本体2200円
慶應義塾大学総合政策学部での講義をもとにまとめられた入門テキスト．統計学の基本的な考え方を具体的な諸例を通して解説．

確率統計の基礎
和田秀三著／A5／192頁／本体1480円
必須の基本事項を，例題を中心に初学者向けに解説した．パソコン利用も取り入れており，また図はすべてX-Yプロッターにより描かれている．

理工系　確率統計
中村忠・山本英二共著／A5／184頁／本体1450円
実際の現象をモデル化したり，解析できることを目標とし，例題や例を多く配置するなど工夫されている．

情報数学の基礎
寺田・中村・釈氏・松居共著／A5／176頁／本体1600円
高等学校「数学Ｉ」のみを履修していれば理解できるよう構成されている．各章を独立させ必要に応じて使い分けることができる．見開き形式．

多変量解析法入門
永田靖・棟近雅彦共著／A5／256頁／本体2200円
しっかりした理論を身につけるため，簡単な例を２次程度の行列でどのように解析を進めていくのかを丁寧に解説した好個の教科・参考書．

表示価格はすべて税抜きです

サイエンス社

化学テキストより

日常の化学
—地球環境と生活様式の変革のために—
渡辺啓著／A5／224頁／本体1600円
大学・短大の初年級向で，化学と縁の薄い読者にも馴染みやすいテキスト．２色刷．

現代化学の基礎
物質科学へのアプローチ
渡辺啓著／A5／256頁／本体1800円
理工系学部等の基礎課程用テキストとして，のちの専門に関係するような題材を中心に要説した．

工学のための
現代の基礎化学
—物質科学へのガイド—
馬場宣良・広瀬泰雄共著／A5／256頁／本体1900円
化学を専門外とする工学系の学生を対象にした入門テキスト．

工学のための
有機化学
荒井貞夫著／A5／256頁／本体1800円
現在1200万以上の種類があり，年間10万の新しい種類が作りだされている有機化合物について，工科を専攻とする読者が学習するための教科書．

有機化学概説［増訂版］
杉森彰著／A5／256頁／本体1850円
好評を博した前著に，ヘテロ元素化合物，有機金属化合物，化学物質の人体や環境に与える影響等についての記述を加え，さらなる充実を図った．

工学のための
無機化学
山下・片山・大倉・橋本共著／A5／216頁／本体1850円
工学分野に使われる内容の習得を目標にした教科書．基礎化学から多成分系化合物，無機材料までを分かりやすく解説．２色刷・見開き体裁．

新化学概論［増訂版］
吉岡甲子郎著／A5／208頁／本体1600円
化学概論（物理化学初歩）のテキスト・参考書として，長年親しまれてきた「新化学概論」の増補・改訂版．高校教育とのつながりを配慮．

化学熱力学［新訂版］
渡辺啓著／A5／192頁／本体1650円
理工系の大学初年級，短大，高専，各種学校等の学生を対象に長年好評を博してきた「化学熱力学」の新訂版．

分析化学［新訂版］
綿抜邦彦著／A5／152頁／本体1500円
化学を十分に理解するまでに到っていない人々にも分かり易く解説．現代的な観点から，定評ある旧版を新訂．

工学のための
高分子材料化学
川上浩良著／A5／224頁／本体1800円
主に工学系の学生を対象とした，見開き体裁で，数多くの図表を用いるなど，理解しやすいように工夫をこらした好個の教科・参考書．

表示価格はすべて税抜きです

サイエンス社

工学テキストより

機構学
森田鈞著／A5／160頁／本体1600円
機械は，抵抗力のある物体の組合せであり，その各部が行う限定された相対運動について学ぶのが機構学である．多数の図面を用いて丁寧に解説．

演習図学と製図
磯田浩・鈴木賢次郎共著／A5／34頁／本体880円
工業高専，短大，大学における技術基礎教育に対応して作成された図学の練習帳．ページの切りはなしを簡単にし，作図・提出の便宜を図っている．

工業熱力学の基礎
斎藤孟著／A5／264頁／本体2200円
工科系の高専・大学で熱力学を学ぼうとする学生向けに，高校の理科の知識と簡単な微積分の計算がわかれば理解できるよう配慮されたテキスト．

工学基礎図学と製図［新訂版］
磯田浩・鈴木賢次郎共著／A5／208頁／本体1480円
広く講義で使われてきた「工学基礎図学と製図」の新訂版．AutoCADの利用も配慮し，さらに２色刷とするなどより現代的に改訂した．

機械工学のための 振動・音響学
鈴木・西田・丸山・渡辺共著／A5／256頁／本体2300円
大学の機械工学系の3～4年生，工業高専の最上級生を対象とし，振動学・音響工学の基礎をしっかりと習熟できることに主眼をおいたテキスト．

演習機械振動学
佐藤・岡部・岩田共著／A5／200頁／本体1800円
機械力学，特に振動を中心としたダイナミックスについての基礎学力をつけるための演習書．質点及び剛体の力学の基礎からはじめている．

機械力学入門
辻岡康著／A5／192頁／本体1600円
機械力学とは機械に関する動力学の問題を扱う学問である．この入門書では，線形系の振動から始め，回転機械・往復機械の動力学までを解説する．

演習　機械力学
辻岡康著／A5／128頁／本体1456円
テキスト「機械力学入門」と対になる演習書である．力学系の振動論を中心に，著者の永年の講義経験を活かして，基本的かつ具体的な例題を厳選した．

演習　機械運動学
高野政晴・遠山茂樹共著／A5／248頁／本体2524円
ロボットの機構など，時代の要請にも即した新鮮な内容をもり込み，豊富な図で解説した演習書．要項・例題を頁単位で配し，学習の便宜をはかる．

演習　材料力学［新訂版］
尾田十八・三好俊郎共著／A5／224頁／本体1980円
長い間好評を得てきた「演習材料力学」を現在の事情を考慮し，単位系はSIを中心とした解説に改め，解答もより明快にした．２色刷．

表示価格はすべて税抜きです

サイエンス社

コンピュータ関連テキスト(2)

ハードウェア入門
柴山潔著／A5／160頁／本体1400円
現代のコンピュータシステムの主要なハードウェア機構を構成するプロセッサ，メインメモリ，及び周辺装置の各機能やそれらの分担方式について明らかにする．

改訂 FORTRAN77
大駒誠一著／A5／280頁／本体1700円
例題ごとにいくつかのプログラムを提示し解説を施すというスタイルで，短期間に一定のレベルに達したいという初学者に最適．好評書の改訂版．

ザ・FORTRAN77
戸川隼人著／A5／152頁／本体1408円
計算機科学の教育に経験豊かな著者が，すぐに使えるFORTRANのプログラミングの方法を解説．わかりやすさを重視して書かれている．２色刷．

Fortran 77プログラミング
原田賢一著／A5／324頁／本体1650円
実践的な例題を豊富に使用して，アルゴリズムや計算手順など考え方を丁寧に説明．流れ図やプログラム，重要なポイントは２色刷の見やすい構成．

ザ・Fortran90/95
戸川隼人著／A5／216頁／本体1750円
数値計算に適した言語として広く使われているFortranの最新仕様に即した入門書．本書では新しい要素を十分に活かし，入門者ができるだけ短時間で理解できるように書かれている．２色刷．

演習と応用 FORTRAN 77
戸川隼人著／A5／248頁／本体1806円
実際に書いて「体で覚える」ように応用に重点をおいた演習書．例題を通して数値計算・統計解析・事務処理などの概要を理解することができる．

COBOLの基礎と応用
JIS1992年版準拠
大駒誠一著／A5／216頁／本体1450円
初心者がCOBOLのプログラムを書けるようになることを目標に，実践に即し整理された入門書．

ザ・PASCAL
戸川隼人著／A5／196頁／本体1700円
プログラミング言語教育にとって最近とみにその重要性が指摘されるPascalの要所をあます所なく解説する．例題は有限要素法まで扱う．２色刷．

Pascalプログラミングの基礎
真野芳久著／A5／280頁／本体1900円
プログラミングの初心者を対象に，例題を通した説明を行った．誤りないプログラミングのための知識，手法，プログラムの構成法なども紹介．

Pascal 入門
古郡廷治著／A5／240頁／本体2300円
人文系・理工系という垣根を取り払って，幅広い分野の読者層を対象とし，わかりやすくPascalプログラミングの「作法」を伝えた入門書．

表示価格はすべて税抜きです

サイエンス社

コンピュータ関連テキスト(3)

文科系のためのC
大駒誠一著／A5／232頁／本体1800円
プログラミングを通じて，コンピュータに何ができるかがわかるよう説明が工夫されている，文科系の読者に好適なCプログラミングの入門書．

演習と応用C
玉井浩著／A5／192頁／本体1700円
C言語の初心者から，文法を一通り学んだ読者までを対象に，主としてプログラムを作る問題を精選した．C言語はANSI仕様に準拠．

C言語のススメ
Cで始めるプログラミング
清水忠昭・菅田一博共著／B5／336頁／本体2300円
Cプログラミングの基本的考え方や文法の意味を丁寧に解説．初歩でつまずいている人におすすめ．

ザ・C [第2版]
――ANSI C準拠――
戸川隼人著／A5／272頁／本体1750円
C言語を学ぼうとする人の立場にたって，他のプログラミング言語をまったく知らなくても十分C言語が理解できるよう特に基礎的な部分を充実させた．

ザ・UNIX
戸川隼人著／A5／184頁／本体1700円
UNIXを学ぶうえでのポイントをうまくおさえてあり，簡潔明瞭な説明を読み進めていくうちに自然にUNIXを習得できる構成になっている．

Cプログラミングの基礎
蓑原隆著／A5／192頁／本体1600円
見開き体裁で，学習しやすく工夫されており，広くおすすめできる教科・参考書．

オペレーティングシステム概説
その概念と構造
谷口秀夫著／A5／160頁／本体1450円
主にOSの「概念」を解説しながら,「構造」についても紹介し，単なる細かな操作や機能の知識ではなく相互の関連を解説した．

オペレーティングシステムの基礎
大久保英嗣著／A5／184頁／本体1600円
多様なオペレーティングシステムに共通する基本的な概念や技法に重点をおいて説明．

Linux/FreeBSD/Solarisで学ぶ
UNIX
基本操作からフリーソフトのコンパイル/インストールまで
皆本晃弥著／B5／224頁／本体2300円
これからUNIXを学ぼうとする人に最適の書．

GIMP/GNUPLOT/Tgifで学ぶ
グラフィック処理
UNIXグラフィックツール入門
皆本晃弥・坂上貴之共著
B5／136頁／口絵16頁／本体2200円
種々の画像出力，描画/写真処理を平易に解説．

表示価格はすべて税抜きです

サイエンス社

コンピュータ関連テキスト(4)

Javaによる
プログラミング入門
権藤克彦著／A5／224頁／本体1850円
初めてプログラミングを学ぶ人のための入門書．言語はプログラミング言語として洗練されているJavaを選択．見開き体裁で読みやすい構成．

ザ・Java
アプレットの作りかた
戸川隼人著／A5／200頁／本体1750円
Javaの初心者を対象に，アプレットを中心に易しく解説． 2色刷．

ザ・Visual Basic
戸川隼人著／A5／264頁／本体1850円
変数や関数，制御構造，ファイル入出力などのプログラミングの基本はもちろん，構造体，クラス，タイプなど高度な技術も解説． 2色刷．

Visual Basic プログラミング
玉井浩著／A5／144頁／口絵4頁／本体1400円
Visual Basicを利用しGUIアプリケーション作成の基礎を学ぶ．練習問題で，学習した内容を確認できる．

実習 Visual Basic
だれでもわかるプログラミング
林・室井・鈴木共著／B5／192頁／本体1850円
プロジェクト，フォーム，プロパティなど数多くの用語にまどわされずに，Visual Basicプログラミングをすっきりと理解できるようにまとめられている． 2色刷．

ネットワーク利用の基礎
―インターネット・ユーザのために―
野口健一郎著／A5／184頁／本体1500円
ネットワーク利用について実用的な観点で解説．左頁に解説，右頁に図表の見やすいレイアウト．

ザ・数値計算リテラシ
―C&FORTRANによる―
戸川隼人著／A5／160頁／本体1480円
代表的なアルゴリズムをわかりやすく説明した，応用力を養える好個のテキスト．

数値計算の基礎
数値解法を中心に
藤野清次著／A5／208頁／本体1700円
基本的な数値解法を中心に，考え方や方法が能率よく身につけられるよう解説．

Fortran 95, C&Javaによる新数値計算法
―数値計算とデータ分析―
小国力著／A5／328頁／本体2200円
数値計算の基本を実務的な視点に立って広い観点から解説．

数値計算の基礎と応用
―数値解析学への入門―
杉浦洋著／A5／200頁／本体1800円
コンピュータをツールとして仕事や研究に利用する際不可欠である数値計算をすみずみまで解説．理工系の読者にはおすすめのテキスト．

表示価格はすべて税抜きです

サイエンス社